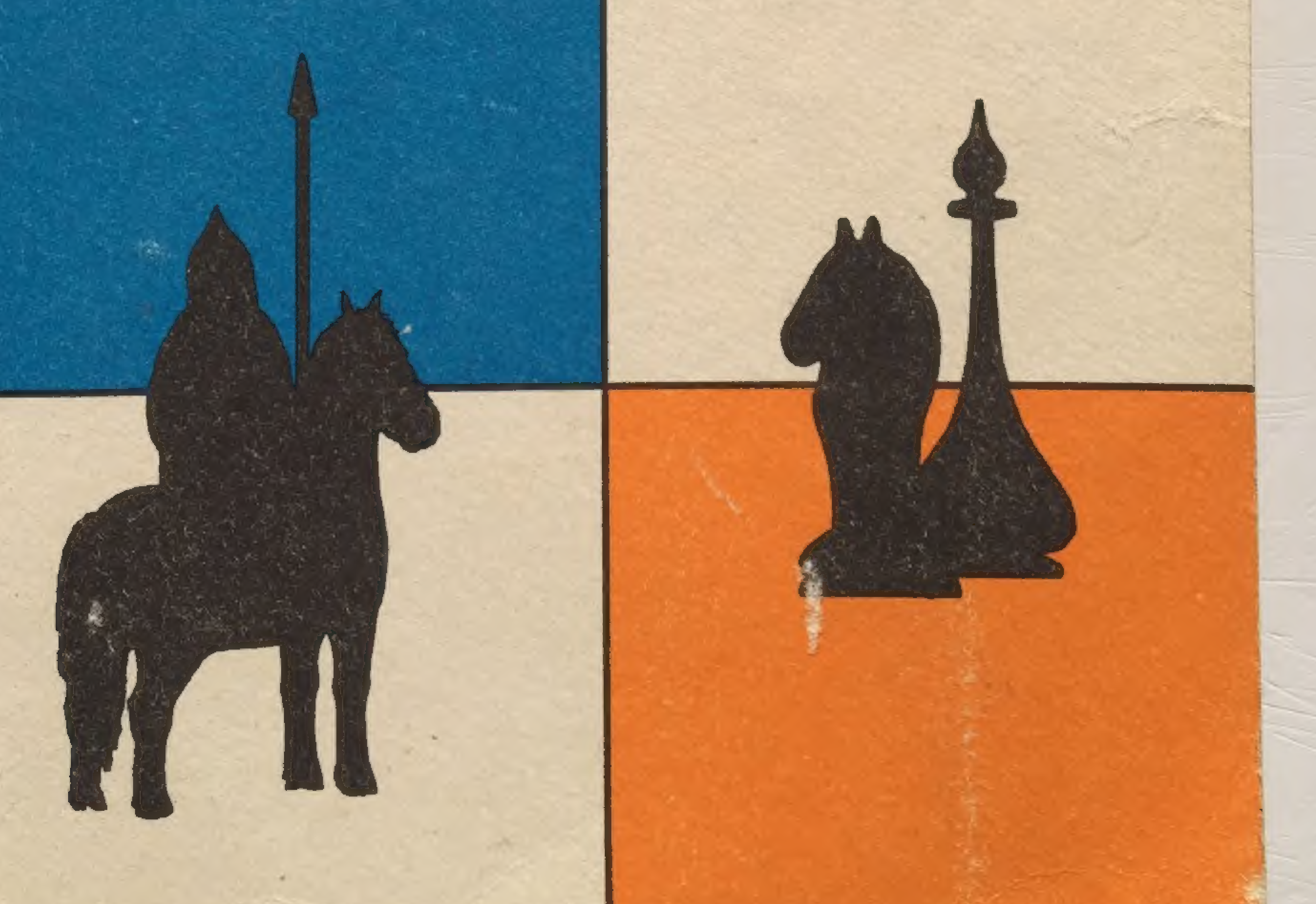
Е. Г. КОЗЛОВА

СКАЗКИ И ПОДСКАЗКИ



Е. Г. КОЗЛОВА

СКАЗКИ И ПОДСКАЗКИ





ЗАДАЧИ
ДЛЯ
МАТЕМАТИЧЕСКОГО
КРУЖКА



МОСКВА 1995

Козлова Е. Г.
Сказки и подсказки: Задачи для математического кружка. —М.: МИРОС, 1995. — 128 с.: ил.
ISBN 5—7084—0051—X

Настоящий сборник содержит 250 задач (с подсказками, решениями и ответами), предлагавшихся на занятиях математического кружка для учащихся V — VII классов и решенных детьми.

Книга рассчитана на школьников, интересующихся математикой, а также на их родителей, преподавателей и студентов педагогических вузов.

Изд. №Ф30(03)
ISBN 5—7084—0051—X

Оглавление

Елена Георгиевна Козлова

СКАЗКИ И ПОДСКАЗКИ

Задачи для математического кружка

Зав. редакционно-издательским
отделом *Т. И. Балашова*
Обложка *М. О. Родина*
Редактор *Г. О. Лазарева*
Корректор *О. А. Рогачева*

Набор, верстка, оформление *автора*
Оригинал-макет изготовлен
в Компьютерном центре МИРОСа

Н/К

Лицензия ЛР № 020548 от 21 мая 1992 г.
Подписано в печать с диапозитивов 14.08.95. Формат 60×84 1/16.
Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс». Печать офсетная. Усл. печ. л. 7,44.
Тираж 30 000 экз. Заказ № 1196.

Качество печати соответствует качеству предоставленных издательством диапозитивов

Московский институт развития образовательных систем
109004, Москва, Нижняя Радищевская ул., д. 10

Издание выпущено совместно с ТОО «Скрин», 117311, Москва, а/я № 58
и ТОО «Сантакс-Пресс», 300058, г. Тула, ул. Кирова, 173-а.

Смоленская областная ордена «Знак Почета» типография им. Смирнова,
214000, г. Смоленск, проспект им. Ю. Гагарина, 2.

Дорогие ребята!

В этой книге вам предлагаются интересные математические задачи, к которым даны подсказки, решения и ответы.

Не обязательно решать всё подряд. Если какая-нибудь задача показалась вам слишком трудной или неинтересной — можете ее пропустить. Не огорчайтесь, если что-то не будет получаться, и не стремитесь сразу заглянуть в решение или ответ. Лучше всего поступать так. Сначала, конечно, подумайте. Может быть, вы все же сможете самостоятельно решить задачу. Ну, а не сможете — посмотрите подсказку и подумайте еще. А уж если и после этого ничего не получится — прочтите решение.

Надеемся, что несмотря на все возможные трудности, эта книга заинтересует вас и доставит вам удовольствие.

ЗАДАЧИ

1. Улитка ползает по столбу высотой 10 м. За день она поднимается на 5 м, а за ночь — опускается на 4 м. За какое время улитка доберется от подножия до вершины столба?

2. Кот в Сапогах поймал четырех щук и еще половину улова. Сколько щук поймал Кот в Сапогах?

3. Кирпич весит 2 кг и еще треть собственного веса. Сколько весит кирпич?

4. Зайцы пилят бревно. Они сделали 10 распилов. Сколько получилось чурбачков?

5. Зайцы распилили несколько бревен. Они сделали 10 распилов и получили 16 чурбачков. Сколько бревен они распилили?

6. Бублик режут на сектора. Сделали 10 разрезов. Сколько получилось кусков?

7. Чем объяснить, что в задачах 4 и 6 ответы разные?

8. На большом круглом торте сделали 10 разрезов так, что каждый разрез идет от края до края и проходит через центр торта. Сколько получилось кусков?

9. У двух человек было два квадратных торта. Каждый сделал на своем торте по 2 прямолинейных разреза от края до края. При этом у одного получилось три куска, а у другого — четыре. Как это могло быть?

10. Зайцы снова пилят бревно, но теперь уже оба конца бревна закреплены. Десять средних чурбачков упали, а два крайних так и остались закрепленными. Сколько распилов сделали зайцы?

11. Как разделить блинчик тремя прямолинейными разрезами на 4, 5, 6, 7 частей?

12. На прямоугольном торте лежит круглая шоколадка. Как разрезать торт на две равные части так, чтобы и шоколадка тоже разделилась ровно пополам?

13. Можно ли испечь такой торт, который может быть разделен одним прямолинейным разрезом на 4 части?

14. На какое максимальное число кусков можно разделить круглый блинчик при помощи трех прямолинейных разрезов?

15. Как Вы считаете, какой — четной или нечетной — будет сумма: а) двух четных чисел; б) двух нечетных чисел; в) четного и нечетного чисел; г) нечетного и четного чисел?

16. Как Вы считаете, какой — четной или нечетной — будет сумма: а) четного числа четных чисел; б) четного числа нечетных чисел; в) нечетного числа четных чисел; г) нечетного числа нечетных чисел?

17. Как Вы считаете, каким — четным или нечетным — будет произведение: а) двух четных чисел; б) двух нечетных чисел; в) четного и нечетного чисел; г) нечетного и четного чисел?

18. Как Вы считаете, каким — четным или нечетным — будет произведение: а) четного числа четных чисел; б) четного числа нечетных чисел; в) нечетного числа четных чисел; г) нечетного числа нечетных чисел?

19. Попробуйте разменять 25-рублевую купюру одиннадцатью купюрами достоинством 1, 3 и 5 р.

20. Можно ли решить предыдущую задачу, если число купюр будет не одиннадцать, а десять? Почему?

21. Петя и Миша играют в такую игру. Петя берет в каждую руку по монетке: в одну — 10 к., а в другую — 15. После этого содержимое левой руки он умножает на 4, 10, 12 или 26, а содержимое правой руки — на 7, 13, 21 или 35. Затем Петя скла-



дывает два получившихся произведения и называет Мише результат. Может ли Миша, зная этот результат, определить, в какой руке у Пети — правой или левой — монета достоинством в 10 к.? Почему?

22. Можно ли в тетрадном листке вырезать такую дырку, через которую пролез бы человек?

23. Три купчихи — Сосипатра Титовна, Олимпиада Карповна и Поликсена Уваровна — сели пить чай. Олимпиада Карповна и Сосипатра Титовна выпили вдвоем 11 чашек, Поликсена Уваровна и Олимпиада Карповна — 15, а Сосипатра Титовна и Поликсена Уваровна — 14. Сколько чашек чая выпили все три купчихи вместе?

24. Дедка вдвое сильнее Бабки, Бабка втрое сильнее Внучки, Внучка вчетверо сильнее Жучки, Жучка впятеро сильнее Кошки, Кошка вшестеро сильнее Мышки. Дедка, Бабка, Внучка, Жучка и Кошка вместе с Мышкой могут вытащить Репку, а без Мышки — не могут. Сколько надо позвать Мышек, чтобы они смогли сами вытащить Репку?

25. Три слога в слове. Первый слог —
Большой снеговика кусок.
Осуществляют слог второй
Слоны, придя на водопой.
А третий слог зовется так,
Как прежде звался твердый знак.
Соедини все три как надо —
Получишь ЭВМ в награду!

26. В дремучем Муромском лесу из-под земли бьют десять источников мертвой воды: от № 1 до № 10. Из первых девяти источников мертвую воду может взять каждый, но источник № 10 находится в пещере Кощея, в которую никто, кроме самого Кощея, попасть не может.

На вкус и цвет мертвая вода ничем не отличается от обыкновенной, однако, если человек выпьет из какого-нибудь источника, он умрет. Спасти его может только одно: если он запьет ядом из источника, номер которого больше. Например, если он выпьет из седьмого источника, то ему надо обязательно запить ядом № 8, № 9 или № 10. Если он выпьет не седьмой яд, а девятый, ему

может помочь только яд № 10. А если он сразу выпьет десятый яд, то ему уже ничто не поможет.

Иванушка-дурачок вызвал Кощея на дуэль. Условия дуэли были такие: каждый приносит с собой кружку с жидкостью и дает ее выпить своему противнику. Кощей обрадовался: «Ура! Я дам яд № 10, и Иванушка-дурачок не сможет спастись! А сам выпью яд, который Иванушка-дурачок мне принесет, запью его своим десятым и спасусь!»

В назначенный день оба противника встретились в условленном месте. Они честно обменялись кружками и выпили то, что в них было. Каковы же были радость и удивление обитателей Муромского леса, когда оказалось, что Кощей умер, а Иванушка-дурачок остался жив!

Только Василиса Премудрая догадалась, как удалось Иванушке победить Кощея. Попробуйте догадаться и Вы.

27. В токарном цехе вытачиваются детали из стальных заготовок, из одной заготовки — деталь. Стружки, оставшиеся после обработки трех заготовок, можно переплавить и получить ровно одну заготовку. Сколько всего деталей можно сделать из 9-ти заготовок? А из 14-ти? Сколько нужно взять заготовок, чтобы получить 40 деталей?

28. Во время шахматного турнира подсчитали, сколько игроков сыграло нечетное количество партий. Докажите, что число таких игроков четно.

29. Дано трехзначное число ABB, произведение цифр которого — двузначное число AC, произведение цифр этого числа равно C (здесь, как в математических ребусах, цифры в записи числа заменены буквами; одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным — разные). Определите исходное число.

30. Очень хитрый киоскер получил для продажи несколько пачек конвертов по 100 конвертов в каждой. 10 конвертов он отсчитывает за 10 с. За сколько секунд он может отсчитать 60 конвертов? А 90?

31. Можно ли в квадрат со стороной 1 поместить несколько непересекающихся квадратов, сумма сторон которых равна 1992?

32. В Волшебной Стране свои волшебные законы природы, один из которых гласит: «Ковер-самолет будет летать только тогда, когда он имеет прямоугольную форму».

У Ивана-царевича был ковер-самолет размером 9 × 12. Как-то раз Змей Горыныч подкрался и отрезал от этого ковра маленький коврик размером 1 × 8. Иван-царевич очень расстроился и хотел было отрезать еще кусочек 1 × 4, чтобы получился прямоугольник 8 × 12, но Василиса Премудрая предложила поступить по-другому. Она разрезала ковер на три части, из которых волшебными нитками сшила квадратный ковер-самолет размером 10 × 10.

Сможете ли Вы догадаться, как Василиса Премудрая переделала испорченный ковер?

Р > **О** > **К**
∨ ∧ ∧
Е > **М** < **П**
∨ ∧ ∧
Т > **Ю** > **Ь**

Рис. 1

33. Замените каждую букву на рис. 1 цифрой от 1 до 9 так, чтобы выполнялись все неравенства, а затем расставьте буквы в порядке возрастания их числовых значений.

Какое слово у Вас получилось?

34. Старый сапожник Карл сшил сапоги и послал своего сына Ганса на базар — продать их за 25 талеров. На базаре к мальчику подошли два инвалида (один без левой ноги, другой — без правой) и попросили продать им по сапогу. Ганс согласился и продал каждый сапог за 12,5 талера.

Когда мальчик пришел домой и рассказал все отцу, Карл решил, что инвалидам надо было продать сапоги дешевле — каждому за 10 талеров. Он дал Гансу 5 талеров и велел вернуть каждому инвалиду по 2,5 талера.

Пока мальчик искал на базаре инвалидов, он увидел, что продают сладости, не смог удержаться и истратил 3 талера на конфеты. После этого он нашел инвалидов и отдал им оставшиеся деньги — каждому по одному талеру.

Возвращаясь домой, Ганс понял, как нехорошо он поступил. Он рассказал все отцу и попросил прощения. Сапожник сильно рассердился и наказал сына, посадив его в темный чулан. Сидя в чулане, Ганс задумался. Получалось, что раз он вернул по одному талеру, то инвалиды заплатили за каждый сапог по 11,5 талера: 12,5 – 1 = 11,5.

Значит, сапоги стоили 23 талера: 11,5 + 11,5 = 23. И 3 талера Ганс истратил на конфеты, следовательно, всего получается 26 талеров: 23 + 3 = 26.

Но ведь было-то 25 талеров! Откуда же взялся лишний талер?

35. Белоснежка вырезала из батиста большой квадрат и положила его в сундук. Пришел Первый Гном, достал квадрат, разрезал его на четыре квадрата и положил все четыре снова в сундук. Потом пришел Второй Гном, достал один из квадратов, разрезал его на четыре квадрата и положил все четыре снова в сундук. Потом пришел Третий Гном. И он достал один из квадратов, разрезал его на четыре квадрата и положил все четыре снова в сундук. То же самое проделали все остальные гномы.

Сколько квадратов лежало в сундуке после того, как ушел Седьмой Гном?

36. Какой должна быть следующая фигурка в ряду, изображенном на рис. 2?



Рис. 2

37. — У меня зазвонил телефон.
— Кто говорит?
— Слон.
... А потом позвонил Крокодил...
... А потом позвонили Зайчатки...
... А потом позвонили Мартышки...
... А потом позвонил Медведь...
... А потом позвонили Цапли...

Итак, у Слона, Крокодила, Зайчаток, Мартышек, Медведя, Цапель и у меня установлены телефоны. Каждые два телефонных аппарата соединены проводом. Как сосчитать, сколько для этого понадобилось проводов?

38. Когда Гулливер попал в Лилипутию, он обнаружил, что там все вещи ровно в 12 раз короче, чем на его родине. Сможете ли Вы сказать, сколько лилипутских спичечных коробков поместится в спичечный коробок Гулливера?

39. Путешественник, сняв в гостинице комнату на неделю, предложил хозяину в уплату цепочку из семи серебряных колец — по кольцу за день, с тем, однако, условием, что будет рассчитываться ежедневно. Хозяин согласился, оговорив со своей стороны, что можно распилить только одно кольцо. Как путешественнику удалось расплатиться с хозяином гостиницы?

40. Имеется пять звеньев цепи по 3 кольца в каждом. Какое наименьшее число колец нужно расковать и сковать, чтобы соединить эти звенья в одну цепь?

41. Начнем считать пальцы на правой руке: первый — мизинец, второй — безымянный, третий — средний, четвертый — указательный, пятый — большой, шестой — снова указательный, седьмой — снова средний, восьмой — безымянный, девятый — мизинец, десятый — безымянный и т. д. Какой палец будет по счету 1992-м?

42. На мачте пиратского корабля развевается двухцветный прямоугольный флаг, состоящий из чередующихся черных и белых вертикальных полос одинаковой ширины. Общее число полос равно числу пленных, находящихся в данный момент на корабле. Сначала на корабле было 12 пленных, а на флаге — 12 полос; затем два пленных сбежали. Как разрезать флаг на две части, а затем сшить их, чтобы площадь флага и ширина полос не изменились, а число полос стало равным 10?

43. Из шахматной доски вырезали две клетки — *a*1 и *h*8. Можно ли оставшуюся часть доски (рис. 3) покрыть 31-й косточкой домино так, чтобы каждая косточка покрывала ровно две клетки доски?

Рис. 3

44. В доме, который был заселен только супружескими парами с детьми, проводилась перепись населения. Человек, проводивший перепись, в отчете указал: «Взрослых в доме больше, чем детей. У каждого мальчика есть сестра. Мальчиков больше, чем девочек. Бездетных семей нет». Этот отчет был неверен. Почему?

45. Двенадцать спичек выложены так, как показано на рис. 4. Сколько здесь квадратов? Выполните следующие задания:

а) уберите 2 спички так, чтобы образовалось 2 неравных квадрата;

б) переложите 3 спички так, чтобы образовалось 3 равных квадрата;

в) переложите 4 спички так, чтобы образовалось 3 равных квадрата;

г) переложите 2 спички так, чтобы образовалось 7 квадратов;

д) переложите 4 спички так, чтобы образовалось 10 квадратов.

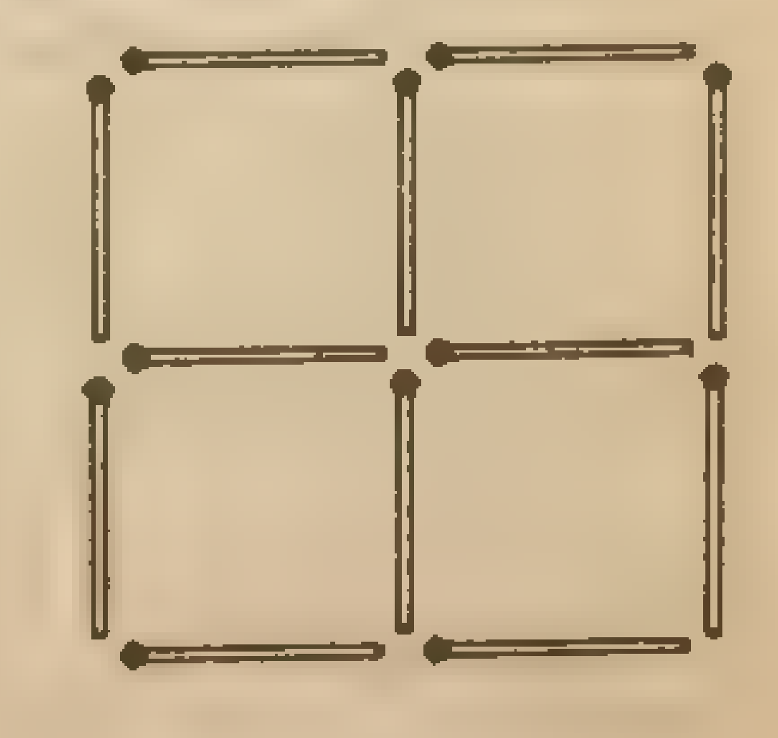


Рис. 4

46. Двадцать четыре спички выложены так, как показано на рис. 5. Сколько здесь квадратов? Выполните следующие задания:

а) уберите 4 спички так, чтобы образовалось 4 маленьких квадрата и один большой;

б) уберите 4 спички так, чтобы образовалось 5 равных квадратов;

в) уберите 6 спичек так, чтобы образовалось 5 равных квадратов;

г) уберите 8 спичек так, чтобы образовалось 5 равных квадратов;

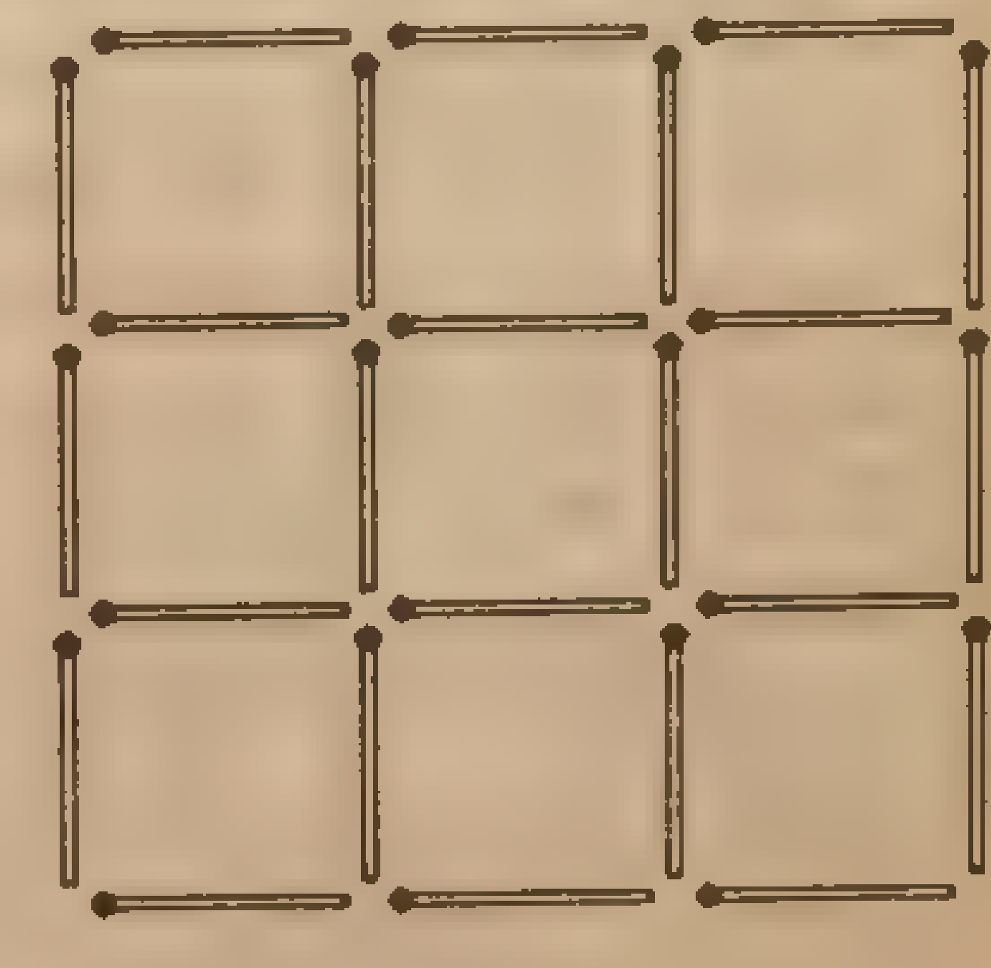


Рис. 5

д) переложите 12 спичек так, чтобы образовалось 2 равных квадрата;

е) уберите 8 спичек так, чтобы образовалось 4 равных квадрата (два решения);

ж) уберите 8 спичек так, чтобы образовалось 3 квадрата;

з) уберите 6 спичек так, чтобы образовалось 3 квадрата;

и) уберите 8 спичек так, чтобы образовалось 2 квадрата (два решения);

к) уберите 6 спичек так, чтобы образовалось 2 квадрата и 2 пары равных неправильных шестиугольников.

47. Если Конек-Горбунок не будет семь суток есть или не будет семь суток спать, то лишится своей волшебной силы. Допустим, он в течение недели не ел и не спал. Что он должен сделать в первую очередь к концу седьмых суток — поесть или поспать, чтобы не потерять силу?



48. В ребусе, изображенном на рис.6, действия в каждой строке производятся подряд слева направо, хотя скобки не расставлены. Каждое число последней строки равняется сумме чисел столбца, под которым оно расположено.

••	:	5	+	•	·	7	=	4•
•4	:	•	−	4	·	•	=	•
••	−	1	−	•	·	2	=	••
•3	−	•	+	••	−	5	=	••
••	+	•	+	••	+	••	=	••

Рис. 6

Результат каждой строки равен сумме чисел столбца с тем же номером. Ни одно число в ребусе не равно нулю и не начинается нулем, однако на нуль числа могут оканчиваться.

Расшифруйте ребус.

49. Имеются чашечные весы без гирь и 3 одинаковые по внешнему виду монеты, одна из которых фальшивая: она легче настоящих (настоящие монеты одного веса). Сколько надо взвешиваний, чтобы определить фальшивую монету? Решите ту же задачу в случаях, когда имеется 4 монеты и 9 монет.

50. Имеются чашечные весы без гирь и 3 одинаковые по внешнему виду монеты. Одна из монет фальшивая, причем неизвестно, легче она настоящих монет или тяжелее (настоящие монеты одного веса). Сколько надо взвешиваний, чтобы определить фальшивую монету? Решите ту же задачу в случаях, когда имеется 4 монеты и 9 монет.

51. Имеются чашечные весы, любые гири и десять мешков с монетами. Все монеты во всех мешках одинаковы по внешнему виду, но в одном из мешков все монеты фальшивые и каждая весит по 15 г, а в остальных девяти мешках все монеты настоящие и каждая весит по 20 г. Как при помощи *одного* взвешивания определить, в каком мешке фальшивые монеты?

52. В турнире участвовали шесть шахматистов. Каждые два участника турнира сыграли между собой по одной партии. Сколько всего было сыграно партий? Сколько партий сыграл каждый участник? Сколько очков набрали шахматисты все вместе*?

53. В турнире участвовали пять шахматистов. Известно, что каждый сыграл с остальными по одной партии и все набрали разное количество очков; занявший 1-е место не сделал ни одной ничьей;

* За выигранную партию шахматист получает одно очко, за проигранную — нуль, за ничью оба играющих получают по половине очка.

занявший 2-е место не проиграл ни одной партии; занявший 4-е место не выиграл ни одной партии.

Определите результаты всех партий турнира*.

54. В шахматном турнире участвовали восемь человек и все они набрали разное количество очков. Шахматист, занявший 2-е место, набрал столько же очков, сколько четыре последних вместе. Как сыграли между собой шахматисты, занявшие 3-е и 7-е места*?

55. Можно ли ходом коня обойти все клетки шахматной доски, начав с клетки *a*1, закончив в клетке *h*8 и на каждой клетке доски побывав ровно один раз?

56. Расшифруйте ребус, изображенный на рис. 7. Замените звездочки цифрами так, чтобы выполнялись равенства во всех строках и каждое число последней строки равнялось сумме чисел столбца, под которым оно расположено.

```
 *1  ·  **  =  **0
 6*  :  *7  =    *
 **  +  **  =   20
 *2  −   *  =    *
-------------------
***  +  **  =  1**
```

Рис. 7

57. Расшифруйте еще один ребус (рис. 8). Несмотря на то, что здесь известны всего две цифры, а все остальные заменены звездочками, пример можно восстановить.

```
*******|**
***    |--------
---     **8**
   **
   **
   ---
    ***
    ***
    ---
      0
```

Рис. 8

58. Мачеха, уезжая на бал, дала Золушке мешок, в котором были перемешаны мак и просо, и велела перебрать их. Когда Золушка уезжала на бал, она оставила три мешка: в одном было просо, в другом — мак, а в третьем — еще не разобранная смесь. Чтобы не перепутать мешки, Золушка к каждому из них прикрепила по табличке: «Мак», «Просо» и «Смесь».

Мачеха вернулась с бала первой и нарочно поменяла местами все таблички так, чтобы на каждом мешке оказалась неправильная надпись. Ученик Феи успел предупредить Золушку, что теперь ни одна надпись на мешках не соответствует действительности. Тогда

---

* За выигранную партию шахматист получает одно очко, за проигранную — нуль, за ничью оба играющих получают по половине очка.



Золушка достала только одно-единственное зернышко из одного мешка и, посмотрев на него, сразу догадалась, где что лежит.

Как она это сделала?

59. Имеются 6 запертых чемоданов и 6 ключей к ним. При этом неизвестно, к какому чемодану подходит какой ключ. Какое наименьшее число попыток надо сделать, чтобы наверняка открыть все чемоданы? А сколько понадобится попыток, если ключей и чемоданов будет не по 6, а по 10?

60. Баба Яга в своей избушке на курьих ножках завела сказочных животных. Все они, кроме двух,— Говорящие Коты; все, кроме двух,— Мудрые Совы; остальные — Усатые Тараканы. Сколько обитателей в избушке у Бабы Яги?

61. Эта старинная задача была известна еще в Древнем Риме. Богатый сенатор, умирая, оставил жену в ожидании ребенка. После смерти сенатора выяснилось, что на свое имущество, равное 210 талантáм, он составил следующее завещание: «В случае рождения сына отдать мальчику две трети состояния (т. е. 140 талантов), а остальную треть (т. е. 70 талантов) — матери; в случае же рождения дочери отдать девочке одну треть состояния (т. е. 70 талантов), а остальные две трети (т. е. 140 талантов) — матери».

У вдовы сенатора родились близнецы — мальчик и девочка. Такой возможности завещатель не предусмотрел. Как можно разделить имущество между тремя наследниками с наилучшим приближением к условию завещания?

62. На столе лежат в ряд пять монет: средняя — вверх орлом, а остальные — вверх решкой. Разрешается одновременно перевернуть три рядом лежащие монеты. Можно ли при помощи нескольких таких переворачиваний все пять монет положить вверх орлом?

63. На шахматной доске 5×5 клеток расставили 25 шашек — по одной на каждой клетке. Потом все шашки сняли с доски, но запомнили, на какой клетке стояла каждая. Можно ли еще раз расставить шашки на доске таким образом, чтобы каждая шашка стояла на клетке, соседней с той, на которой она стояла в прошлый раз (соседняя по горизонтали или вертикали, но не наискосок)?

64. В каждой клетке шахматной доски стоит оловянный солдатик. Все 64 солдатика разной величины. Среди каждых восьми

солдатиков, составляющих горизонтальный ряд, выбирают самого большого. После этого из отобранных восьми больших солдатиков выбирают самого маленького. Затем среди каждых восьми солдатиков, составляющих вертикальный ряд, выбирают самого маленького. После этого из отобранных восьми маленьких солдатиков выбирают самого большого. Какой солдатик больше: самый маленький из больших или самый большой из маленьких?

65. Можно ли 77 телефонов соединить между собой проводами так, чтобы каждый был соединен ровно с пятнадцатью?

66. Двадцать восемь косточек домино можно разными способами выложить в виде прямоугольника 8 × 7 клеток. На рис. 9 — 12 приведены четыре варианта расположения цифр в прямоугольниках. Можете ли Вы расположить косточки в каждом из этих вариантов?

5	0	1	0	3	1	2	5
4	4	5	2	4	6	2	3
2	5	6	0	1	3	0	2
5	1	2	0	4	0	4	3
5	4	5	1	6	3	2	3
0	1	0	2	1	5	6	6
6	1	3	6	4	6	3	4

Рис. 9

1	4	0	2	1	2	0	3
3	2	5	6	3	4	5	1
3	0	1	5	0	0	6	6
6	1	3	1	1	3	6	0
2	4	1	5	6	4	2	4
6	2	4	4	5	0	2	6
0	3	5	3	2	5	5	4

Рис. 10

3	6	6	2	3	2	2	0
1	2	4	1	5	2	4	5
6	6	1	3	6	2	0	0
0	1	4	3	0	5	5	6
5	5	0	4	6	2	1	1
3	1	2	3	1	4	6	4
3	0	4	5	0	4	3	5

Рис. 11

0	1	2	5	1	4	5	6
0	1	2	5	1	4	5	6
5	2	6	3	3	0	4	1
5	2	6	3	3	0	4	1
3	3	4	4	2	2	3	3
4	6	0	0	6	6	0	2
4	6	1	1	5	5	0	2

Рис. 12

67. На волшебной яблоне выросли 15 бананов и 20 апельсинов. Если сорвать один из плодов — вырастет такой же, если одновременно сорвать два одинаковых плода — вырастет апельсин, а если

одновременно сорвать два разных плода — вырастет банан. В каком порядке надо срывать плоды, чтобы на яблоне остался ровно один? Можете ли Вы определить, какой это будет плод? Можно ли срывать плоды так, чтобы на яблоне ничего не осталось?

68. Собрался Иван-царевич на бой со Змеем Горынычем, трехглавым и треххвостым.

— Вот тебе меч-кладенец,— сказала царевичу Баба Яга. Одним ударом ты можешь срубить Змею либо одну голову, либо две головы, либо один хвост, либо два хвоста. Запомни: срубишь голову — новая вырастет; срубишь хвост — два новых вырастут; срубишь два хвоста — голова вырастет; срубишь две головы — ничего не вырастет.

За сколько ударов Иван-царевич может срубить Змею Горынычу все головы и все хвосты?

69. В соревновании участвовали 50 стрелков. Первый выбил 60 очков; второй — 80; третий — среднее арифметическое очков первых двух; четвертый — среднее арифметическое очков первых трех. Каждый следующий выбил среднее арифметическое очков всех предыдущих. Сколько очков выбил 42-й стрелок? А 50-й?

70. Расшифруйте ребус (рис. 13). Все цифры, обозначенные буквой Ч,— четные (не обязательно равные); все цифры, обозначенные буквой Н, — нечетные (тоже не обязательно равные).

			Ч	Ч	Н
×				Н	Н
		Ч	Н	Ч	Н
+		Ч	Н	Н	
	Н	Н	Н	Н	Н

Рис. 13

71. На столе лежат в ряд четыре фигуры: треугольник, круг, прямоугольник и ромб. Они окрашены в разные цвета: красный, синий, желтый, зеленый. Известно, что красная фигура лежит между синей и зеленой; справа от желтой фигуры лежит ромб; круг лежит правее и треугольника и ромба; треугольник лежит не с краю; синяя и желтая фигуры лежат не рядом. Определите, в каком порядке лежат фигуры и какого они цвета.

72. Все поля шахматной доски 8 × 8 покрыли 32-мя косточками домино. Каждая косточка закрывает в точности два поля. Докажите, что при любом покрытии число вертикально лежащих косточек четно и число горизонтально лежащих косточек тоже четно.

73. Весь комплект косточек домино, кроме 0 - 0, уложили так, как изображено на рис. 14. Разным буквам соответствуют разные цифры, одинаковым — одинаковые. Сумма очков в каждой строке равна 24. Попробуйте восстановить цифры.

	a	*a*	*a*	*b*	*b*	*c*	*c*
d	*d*	*e*	*e*	*e*	*e*	*c*	*c*
d	*d*	*a*	*a*	*c*	*c*	*f*	*f*
g	*g*	*g*	*g*	*b*	*b*	*f*	*f*
e	*e*	*f*	*f*	*g*	*g*	*d*	*d*
f	*f*	*a*	*a*	*e*	*e*	*b*	*b*
d	*d*	*c*	*c*	*g*	*g*	*a*	

Рис. 14

74. Четыре черные коровы и три рыжие дают за 5 дней столько молока, сколько три черные коровы и пять рыжих дают за 4 дня. У каких коров больше удои: у черных или у рыжих?

75. Четыре подруги пришли на каток, каждая со своим братом. Они разбились на пары и начали кататься. Оказалось, что в каждой паре «кавалер» выше «дамы» и никто не катается со своей сестрой. Самым высоким в компании был Юра Воробьев, следующим по росту — Андрей Егоров, потом Люся Егорова, Сережа Петров, Оля Петрова, Дима Крымов, Инна Крымова и Аня Воробьева. Определите, кто с кем катался?



Рис. 15

76. Заполните свободные клетки «шестиугольника» (рис. 15) целыми числами от 1 до 19, чтобы во всех вертикальных и диагональных рядах сумма чисел, стоящих в одном ряду, была бы одна и та же.

77. За один ход разрешается или удваивать число, или стирать его последнюю цифру. Можно ли за несколько ходов получить из числа 458 число 14?

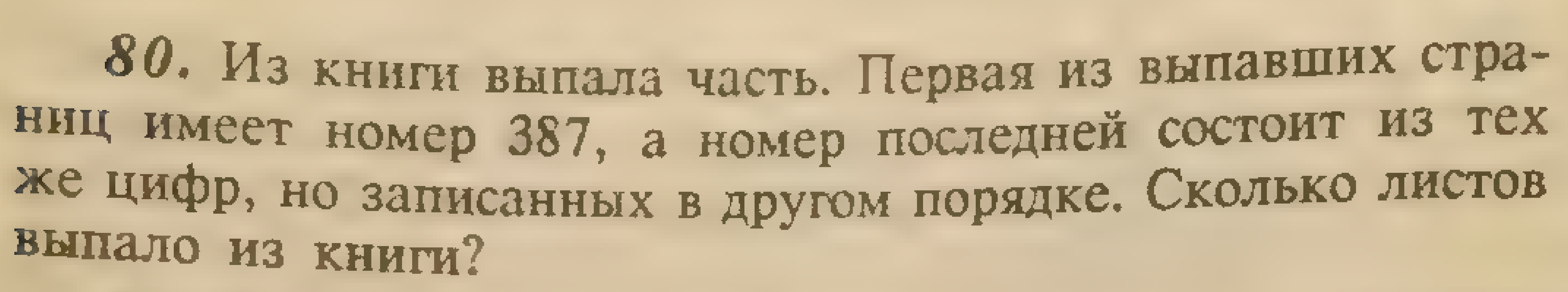
78. Может ли быть верным равенство

$$К \times О \times Т = У \times Ч \times Е \times Н \times Ы \times Й,$$

если в него вместо букв подставить цифры от 1 до 9? (Разным буквам соответствуют разные цифры.)

79. Ребята принесли из леса по полной корзинке грибов. Всего было собрано 289 грибов, причем в каждой корзинке оказалось одинаковое количество. Сколько было ребят?





80. Из книги выпала часть. Первая из выпавших страниц имеет номер 387, а номер последней состоит из тех же цифр, но записанных в другом порядке. Сколько листов выпало из книги?

81. В трех ящиках лежат орехи. В первом ящике на 6 кг орехов меньше, чем в двух других вместе. А во втором — на 10 кг меньше, чем в двух других вместе. Сколько орехов в третьем ящике?

82. Имеются неправильные чашечные весы, мешок крупы и правильная гиря в 1 кг. Как отвесить на этих весах 1 кг крупы?

83. Однажды на лестнице была найдена странная тетрадь. В ней было записано сто утверждений:

«В этой тетради ровно одно неверное утверждение»;
«В этой тетради ровно два неверных утверждения»;
«В этой тетради ровно три неверных утверждения»;
. . . .
«В этой тетради ровно сто неверных утверждений».

Есть ли среди этих утверждений верные, и если да, то какие?

84. На рис. 16 изображено неверное равенство, составленное из спичек.

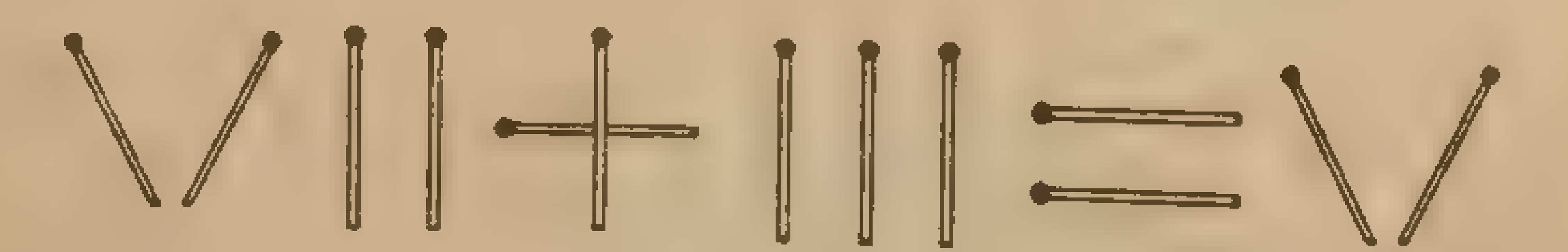


Рис. 16

Переложите одну спичку так, чтобы равенство стало верным. (Возможны два решения.)

85. Профессор Тестер проводит серию тестов, на основании которых он выставляет испытуемому средний балл. Закончив отвечать, Джон понял, что если бы он получил за последний тест 97 очков, то его средний балл составил бы 90; а если бы он получил за последний тест всего 73 очка, то его средний балл составил бы 87. Сколько тестов в серии профессора Тестера?

86. Пусть M — произвольное 1992-значное число, делящееся на 9. Сумму цифр этого числа обозначим через A. Сумму цифр числа A обозначим через B. Сумму цифр числа B обозначим через C. Чему равно число C?

87. Если Аня идет в школу пешком, а обратно едет на автобусе, то всего на дорогу она тратит 1,5 ч. Если же она едет на автобусе в оба конца, то весь путь у нее занимает 30 мин. Сколько времени потратит Аня на дорогу, если и в школу и из школы она будет идти пешком?

88. Коля однажды сказал: «Позавчера мне было 10 лет, а в будущем году исполнится 13». Может ли так быть?

89. Сумма шести различных натуральных чисел равна 22. Найдите эти числа.

90. Простые числа имеют только два различных делителя — единицу и само это число. А какие числа имеют только три различных делителя?

91. Из двенадцати спичек сложено имя «ТОЛЯ» (рис. 17).

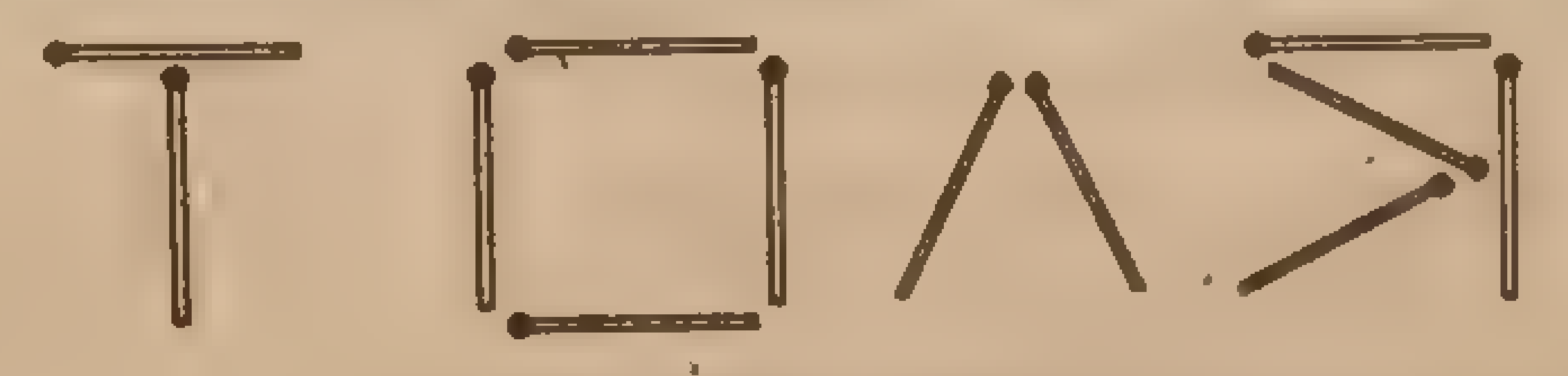


Рис. 17

Переложите одну спичку так, чтобы получилось женское имя.

92. Купец случайно перемешал конфеты 1-го сорта (по 3 р. за фунт) и конфеты 2-го сорта (по 2 р. за фунт). По какой цене надо продавать эту смесь, чтобы выручить ту же сумму, если известно, что первоначально общая стоимость всех конфет 1-го сорта была равна общей стоимости всех конфет 2-го сорта?

93. Листок календаря частично закрыт предыдущим оторванным листком (рис. 18). Вершины A и B верхнего листка лежат на сторонах нижнего листка. Четвертая вершина нижнего листка не видна — она закрыта верхним листком. Верхний и нижний листки, естественно, равны между собой. Какая часть нижнего листка больше — закрытая или открытая?

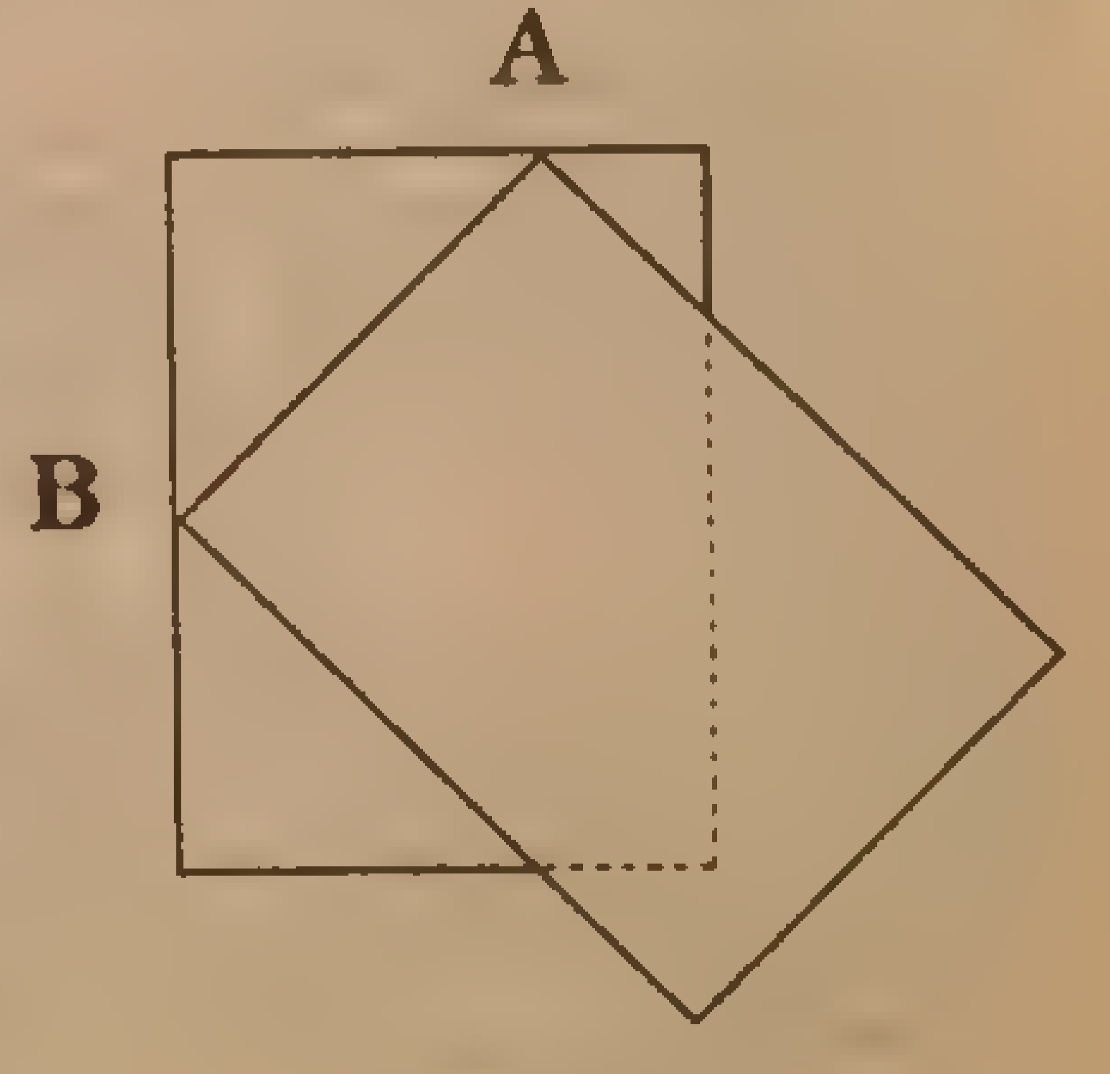


Рис. 18

94. На поляну прилетело 35 ворон. Неожиданно вороны взлетели и разделились на две стаи: одна стая уселась на ветви старой березы, а другая — на ольху. Через некоторое время с березы на ольху перелетело 5 ворон, столько же ворон совсем улетело с березы, после чего на березе осталось вдвое больше ворон, чем на ольхе. Сколько ворон было в каждой из двух стай первоначально?

95. Семь девяток выписали подряд:

9 9 9 9 9 9 9.

Поставьте между некоторыми из них знаки «+» или «—», чтобы получившееся выражение равнялось 1989.

96. КУВШИН = БУТЫЛКА + СТАКАН
ДВА КУВШИНА = СЕМЬ СТАКАНОВ
БУТЫЛКА = ЧАШКА + ДВА СТАКАНА
БУТЫЛКА = *Сколько ЧАШЕК?*

97. Попробуйте расшифровать отрывок из книги «Алиса в Зазеркалье»:

« — БЕРПИ Э ЙДЕМГОКВЭЫ БИБЕО-ЖАКЙПЧ ЗВЕЛЕ,— ЗБИСИВ ФИВМИУ-КЕВМИУ ПЕЛЕВЧЖЕ ДГОСГАМОВЧЖЕ,— ЕЖЕ ЕСЖИЬИОМ МЕВЧБЕ МЕ, ЬМЕ Э ЦЕЬЙ, ЬМЕКЮ ЕЖЕ ЕСЖИЬИВЕ,— ЖА КЕВЧФО, ЖА ТОЖЧФО».

Текст зашифрован так: десять букв («а», «е», «и», «й», «о», «у», «ы», «э», «ю», «я») разбиты на пары, и каждая из этих букв в тексте заменена второй из пары. Все остальные буквы точно так же разбиты на пары.

98. На какую цифру оканчивается число 1989^{1989}? А на какие цифры оканчиваются числа 1989^{1992}, 1992^{1989}, 1992^{1992}?

99.

Найдите ключ к «тарабарской грамоте» — тайнописи, применявшейся ранее в России для дипломатической переписки:

«Пайцике тсюг т «камащамлтой чмароке» — кайпонили, нмиреляшвейля мапее ш Моллии цся цинсоракигелтой неменилти».

100. Из набора гирек массой 1, 2, ..., 101 г потерялась гирька массой 19 г. Можно ли оставшиеся 100 гирек разложить на две кучки по 50 гирек в каждой так, чтобы массы обеих кучек были одинаковы?

101. Турист решил отправиться из одного города в другой, воспользовавшись попутным транспортом. Первую половину пути он проехал на машине в 10 раз быстрее, чем если бы шел пешком. Однако вторую половину пути он двигался на волах — в 2 раза медленнее, чем если бы шел пешком. Сколько времени выгадал турист от того, что проехал весь путь, а не прошел его пешком?

102. У двух мальчиков был один велосипед, на котором они отправились в соседнюю деревню. Ехали по очереди, но всякий раз, когда один ехал, другой шел пешком, а не бежал. При этом они ухитрились прибыть в деревню почти в 2 раза быстрее, чем если бы оба шли пешком. Как им это удалось?

103. Проехав половину всего пути, пассажир лег спать и спал до тех пор, пока не осталось проехать половину того пути, который он проспал. Какую часть всего пути пассажир проехал бодрствующим?

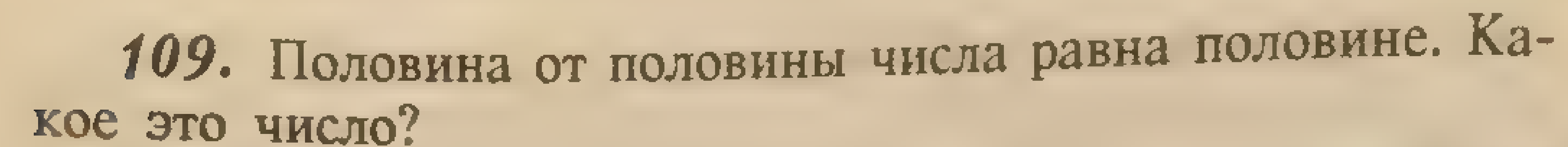
104. Трое туристов должны перебраться с одного берега реки на другой. В их распоряжении старая лодка, которая может выдержать нагрузку всего в 100 кг. Вес одного из туристов 45 кг, второго — 50 кг, третьего — 80 кг. Как должны они действовать, чтобы перебраться на другой берег?

105. Саша гостил у бабушки. В субботу он сел в поезд и приехал домой в понедельник. Саша заметил, что в этот понедельник число совпало с номером вагона, в котором он ехал, что номер его места в вагоне был меньше номера вагона и что в ту субботу, когда он садился в поезд, число было больше номера вагона. Какими были номера вагона и места?

106. Сколько нечетных чисел заключено между 300 и 700?

107. Башенные часы отбивают три удара за 12 с. В течение какого времени они пробьют шесть ударов?

108. Какой знак надо поставить между 2 и 3, чтобы получилось число больше 2 и меньше 3?





109. Половина от половины числа равна половине. Какое это число?

110. Какой длины получится полоса, если кубический километр разрезать на кубические метры и выложить их в одну линию?

111. Два лесоруба, Иван и Прохор, работали вместе в лесу и сели перекусить. У Ивана было 4 лепешки, а у Прохора — 8. Тут к ним подошел охотник.

— Вот, братцы, заблудился в лесу, до деревни далеко, а есть очень хочется. Пожалуйста, поделитесь со мной хлебом-солью!

— Ну что ж, садись, чем богаты, тем и рады,— сказали лесорубы.

Двенадцать лепешек были разделены поровну на троих. После еды охотник пошарил в карманах, нашел гривенник и полтинник и сказал:

— Не обессудьте, братцы, больше при себе ничего нет. Поделитесь, как знаете!

Охотник ушел, а лесорубы заспорили. Прохор говорит:

— По-моему, деньги надо разделить поровну!

А Иван ему возражает:

— За 12 лепешек — 60 к., значит, за каждую лепешку по 5 к. Раз у тебя было 8 лепешек — тебе 40 к., у меня 4 лепешки — мне 20 к.!

А как бы Вы разделили эти деньги между лесорубами?

112. Попробуйте прочесть слово, изображенное на рис. 19, пользуясь ключом (рис. 20).

М — Р — О
Е — К — Ю
Ь — Т — П

Рис. 19

Рис. 20

113. Винни-Пух решил позавтракать. Он налил себе стакан чая и добавил сливок из большого кувшина. Но как только он перемешал сливки и чай, то понял, что хочет пить чай без сливок.

Недолго думая, он вылил из стакана в кувшин столько же чая со сливками, сколько сначала взял оттуда сливок. Конечно же, при переливании чай от сливок не отделился, и у Винни-Пуха образовались две смеси чая и сливок — в стакане и в кувшине.

Тогда Винни-Пух задумался: чего же получилось больше — чая в кувшине со сливками или сливок в стакане чая? А как думаете Вы?

114. Внутренние покои дворца султана Ибрагима ибн-Саида состоят из 100 одинаковых квадратных комнат, расположенных в виде квадрата 10 × 10. Если у двух комнат есть общая стена, то в ней обязательно есть ровно одна дверь. А если стена торцевая, то в ней обязательно есть ровно одно окно. Как сосчитать, сколько окон и дверей в покоях Ибрагима ибн-Саида?

115. Перед Вами замок «с секретом» (рис. 21).

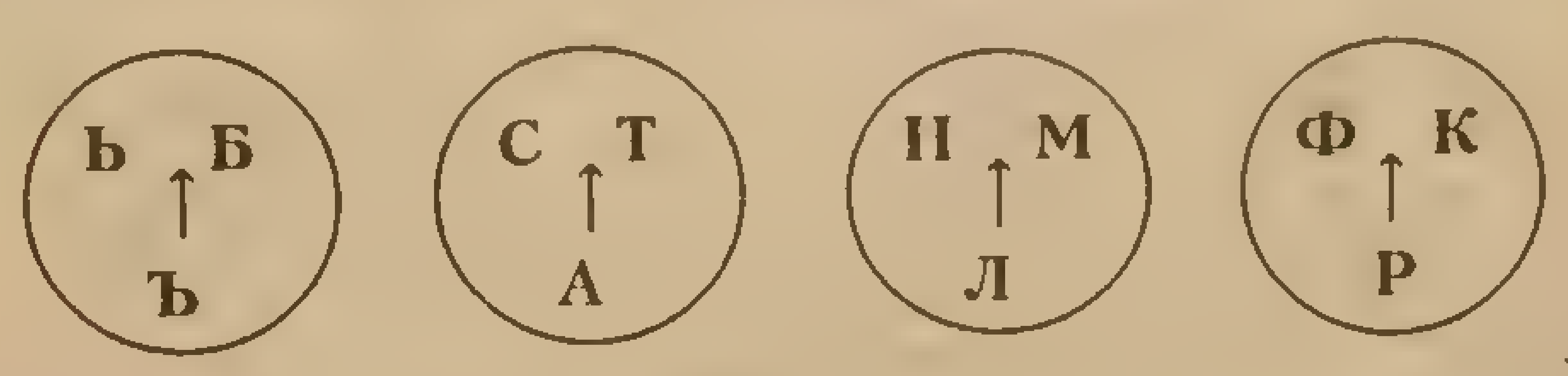


Рис. 21

Если Вы поставите стрелки на нужные буквы, то получите ключевое слово и замок откроется. Какое это слово?

116. Для перевозки почты из почтового отделения на аэродром был выслан автомобиль «Москвич». Самолет с почтой приземлился раньше установленного срока, и привезенная почта была отправлена в почтовое отделение на попутной грузовой машине. Через 30 мин езды грузовая машина встретила на дороге «Москвич», который принял почту и, не задерживаясь, повернул обратно. В почтовое отделение «Москвич» прибыл на 20 мин раньше, чем обычно. На сколько минут раньше установленного срока приземлился самолет?

117. Группа восьмиклассников решила поехать во время каникул на экскурсию в Углич. Ежемесячно каждый ученик вносил определенное количество рублей (без копеек), одинаковое для всех, и в течение пяти месяцев было собрано 49 685 р. Сколько было в группе учеников и какую сумму внес каждый?

118. Первый вторник месяца Митя провел в Смоленске, а первый вторник после первого понедельника — в Вологде. В следующем месяце Митя первый вторник провел во Пскове, а первый вторник после первого понедельника — во Владимире. Сможете ли Вы определить, какого числа и какого месяца Митя был в каждом из городов?

119. Как-то раз Таня ехала в поезде. Чтобы не скучать, она стала зашифровывать названия разных городов, заменяя буквы их порядковыми номерами в алфавите. Когда Таня зашифровала пункты прибытия и отправления поезда, то с удивлением обнаружила, что они записываются с помощью всего лишь двух цифр: 21221 — 211221. Откуда и куда шел поезд?

120. Дорога от дома до школы занимает у Пети 20 мин. Однажды по дороге в школу он вспомнил, что забыл дома ручку. Если теперь он продолжит свой путь с той же скоростью, то придет в школу за 3 мин до звонка, а если вернется домой за ручкой, то, идя с той же скоростью, опоздает к началу урока на 7 мин. Какую часть пути он прошел до того, как вспомнил о ручке?

121. На почтовом ящике написано: «Выемка писем производится пять раз в день с 7 до 19 ч». И действительно, первый раз почтальон забирает почту в 7 ч утра, а последний — в 7 ч вечера. Через какие интервалы времени вынимают письма из ящика?

122. Ковбой Билл зашел в бар и попросил у бармена бутылку виски за 3 доллара и шесть коробков непромокаемых спичек, цену которых он не знал. Бармен потребовал с него 11 долларов 80 центов (1 доллар = 100 центов), и в ответ на это Билл вытащил револьвер. Тогда бармен пересчитал стоимость покупки и исправил ошибку. Как Билл догадался, что бармен пытался его обсчитать?

123. Школьник сказал своему приятелю Вите Иванову:

— У нас в классе тридцать пять человек. И, представь, каждый из них дружит ровно с одиннадцатью одноклассниками...

— Не может этого быть,— сразу ответил Витя Иванов, победитель математической олимпиады.

Почему он так решил?

124. Средний возраст одиннадцати игроков футбольной команды — 22 года. Во время матча один из игроков получил травму и

ушел с поля. Средний возраст оставшихся на поле игроков стал равен 21 году. Сколько лет футболисту, получившему травму?

125. В кабинете со звуконепроницаемыми стенами висят старинные стенные часы, которые бьют каждые полчаса (один удар) и каждый час (столько ударов, сколько показывает часовая стрелка). Однажды, открыв дверь в кабинет, хозяин услышал один удар часов. Через полчаса часы в кабинете пробили еще раз — опять один удар. Спустя полчаса — еще один удар. Наконец, еще через полчаса часы снова пробили один раз.

Какое время показывали часы, когда хозяин входил в кабинет?

126. «То» да «это», да половина «того» да «этого» — сколько это будет процентов от трех четвертей «того» да «этого»?

127. Лиса Алиса и Кот Базилио — фальшивомонетчики. Базилио делает монеты тяжелее настоящих, а Алиса — легче. У Буратино есть 15 одинаковых по внешнему виду монет, но какая-то одна — фальшивая. Как двумя взвешиваниями на чашечных весах без гирь Буратино может определить, кто сделал фальшивую монету — Кот Базилио или Лиса Алиса?

128. Как известно, игры на кубок по футболу проводятся по олимпийской системе: проигравший выбывает, а в случае ничьей проводится повторная игра. В тот год повторных игр не было, а в играх участвовало 75 команд. Сколько было сыграно матчей на кубок?

129. Продолжите ряд: 4, 7, 12, 21, 38 ...

130. Найдите недостающее число в ряду: 2, 3, 5, 9, ..., 33.

131. Найдите недостающее число в ряду: 1, 5, 6, 11, ..., 28.

132. В чашке, стакане, кувшине и банке находятся молоко, лимонад, квас и вода. Известно, что вода и молоко не в чашке; сосуд с лимонадом стоит между кувшином и сосудом с квасом; в банке не лимонад и не вода; стакан стоит около банки и сосуда с молоком. В какой сосуд налита каждая из жидкостей?

133. Ира, Наташа, Алеша и Витя собирали грибы. Наташа собрала больше всех, Ира не меньше всех, а Алеша — больше, чем Витя. Верно ли, что девочки собрали грибов больше, чем мальчики?

134. Как-то в минуту отдыха друзья-мушкетеры — Атос, Портос, Арамис и д'Артаньян решили померяться силой при перетяги-

вании каната. Портос с д'Артаньяном легко перетянули Атоса с Арамисом. Но когда Портос стал в паре с Атосом, то победа против Арамиса с д'Артаньяном досталась им уже не так легко. Когда же Портос с Арамисом оказались против Атоса с д'Артаньяном, то ни одна из этих пар не смогла одолеть друг друга. Можете ли Вы определить, как мушкетеры распределяются по силе?

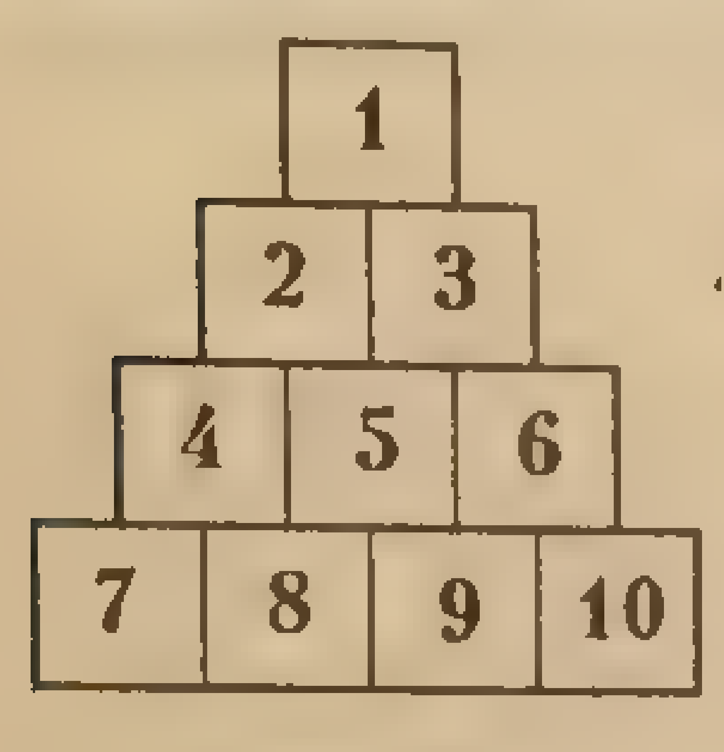


Рис. 22

135. Переложите пирамиду из 10-ти кубиков (рис. 22) так, чтобы ее форма осталась прежней, но каждый кубик соприкасался только с новыми кубиками.

136. Девять одинаковых воробьев склевывают меньше, чем 1001 зернышко, а десять таких же воробьев склевывают больше, чем 1100 зернышек. По скольку зернышек склевывает каждый воробей?

137. В равенстве 101 − 102 = 1 передвиньте одну цифру так, чтобы оно стало верным.

138. Сможете ли Вы найти четыре целых числа, сумма и произведение которых являются нечетными числами?

139. На прямой расположили несколько точек. Затем между каждыми двумя соседними точками поставили еще по точке, и так несколько раз. Докажите, что после каждой такой операции общее количество точек будет нечетным.

140. Однажды Алиса оказалась в какой-то из двух стран — *А* или *Я*. Она знает, что все жители страны *А* всегда говорят правду, а все жители страны *Я* — всегда лгут. Притом все они часто ездят в гости друг к другу. Может ли Алиса, задав один-единственный вопрос первому встречному, узнать, в какой из стран она находится?

141. Вы вошли в темную комнату. В коробке у Вас всего одна спичка. В комнате находятся свеча, керосиновая лампа и готовая к растопке печь. Что Вы зажжете в первую очередь?

142. На столе лежат три красные палочки разной длины, сумма длин которых равняется 30 см, и пять синих палочек разной длины, сумма длин которых тоже равняется 30 см. Можно ли распилить

те и другие палочки так, чтобы потом можно было расположить их парами, причем в каждой паре палочки были бы одинаковой длины, но разного цвета?

143. Три бегуна — Антон, Сережа и Толя участвуют в беге на 100 м. Когда Антон финишировал, Сережа находился в десяти метрах позади него, а когда финишировал Сережа — Толя находился позади него в десяти метрах. На каком расстоянии друг от друга находились Толя и Антон, когда Антон финишировал? (Предполагается, что все мальчики бегут с постоянными, но, конечно, не равными скоростями.)

144. Когда три подруги — Надя, Валя и Маша — вышли гулять, на них были белое, красное и синее платья. Туфли их были тех же трех цветов, но только у Нади цвета туфель и платья совпадают. При этом у Вали ни платье, ни туфли не были синими, а Маша была в красных туфлях. Определите цвет платьев и туфель каждой из подруг.

145. Обязательно ли среди двадцати пяти «медных» монет (т. е. монет достоинством 1, 2, 3, 5 к.) найдется семь монет одинакового достоинства?

146. Какими должны быть два следующих числа в последовательности 10, 8, 11, 9, 12, 10, 13...?

147. Около каждой вершины треугольника напишите какие-нибудь числа, возле каждой стороны треугольника напишите сумму чисел, стоящих на концах этой стороны. Теперь каждое число, стоящее около вершины, сложите с числом, стоящим около противоположной стороны. Как Вы думаете, почему получились одинаковые суммы?

148. Федя всегда говорит правду, а Вадим всегда лжет. Какой вопрос надо было бы им задать, чтобы они дали на него одинаковые ответы?

149. Илья всегда говорит правду, но когда ему задали дважды один и тот же вопрос, он дал на него разные ответы. Какой бы это мог быть вопрос?

150. Любую ли сумму из целого числа рублей, больше семи, можно уплатить без сдачи денежными купюрами по 3 и 5 р.? Почему?



151. Во время стоянки между двумя рейсами матросу исполнилось 20 лет. По этому случаю в кают-компании собрались все шесть членов команды.

— Я вдвое старше юнги и на 6 лет старше машиниста,— сказал рулевой.

— А я на столько же старше юнги, на сколько моложе машиниста,— заметил боцман.— Кроме того, я на 4 года старше матроса.

— Средний возраст команды — 28 лет,— дал справку капитан.

Сколько лет капитану?

152. В классе учится меньше, чем 50 школьников. За контрольную работу седьмая часть учеников получила пятерки, третья — четверки, половина — тройки. Остальные работы были оценены, как неудовлетворительные. Сколько было таких работ?

153. Ковбоя Джо приговорили к смертной казни на электрическом стуле. Ему известно, что из двух электрических стульев, стоящих в специальной камере, один неисправен. Кроме того, Джо известно, что если он сядет на этот неисправный стул, казнь не повторится и он будет помилован. Ему известно также, что стражник, охраняющий стулья, через день на все вопросы отвечает правду, а через день — ложь.

Приговоренному разрешается задать стражнику ровно один вопрос, после чего надо выбрать, на какой электрический стул садиться. Какой вопрос Джо может задать стражнику, чтобы наверняка выяснить, какой стул неисправен?

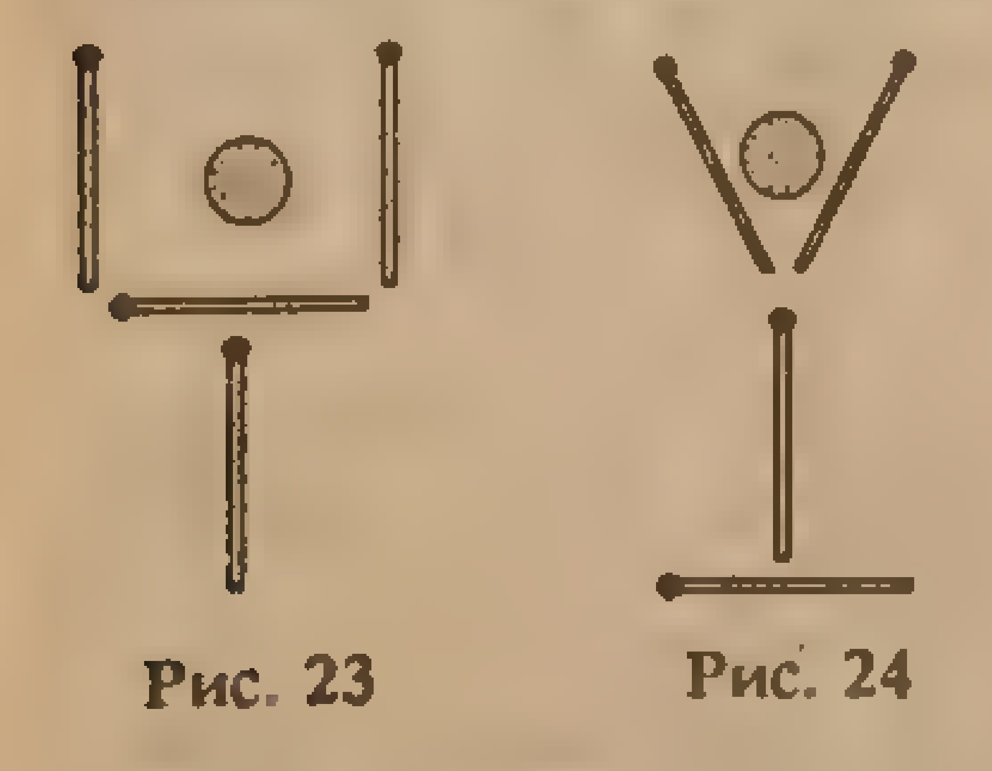


Рис. 23 Рис. 24

154. И «бокал» (рис. 23), и «рюмка» (рис. 24) составлены из четырех спичек. Внутри каждого «сосуда» — вишенка. Как нужно переместить «бокал» и «рюмку», переложив по две спички в каждом из них, чтобы вишенки оказались снаружи?

155. Дама сдавала в багаж рюкзак, чемодан, саквояж и корзину. Известно, что чемодан весит больше, чем рюкзак; саквояж и рюкзак весят больше, чем чемодан и корзина; корзина и саквояж весят столько же, сколько чемодан и рюкзак. Перечислите вещи дамы в порядке убывания их веса.

156. На клетке *b*8 шахматной доски написано число −1, а на всех остальных клетках число +1. Разрешается одновременно менять знак во всех клетках одной вертикали или одной горизонтали. Докажите, что сколько бы раз мы это ни проделывали, невозможно добиться, чтобы все числа в таблице стали положительными.

157. Чему равна площадь треугольника со сторонами 18, 17, 35?

158. Какую последнюю цифру имеет произведение всех нечетных чисел от 1 до 99? А от 1 до 199?

159. Ваня и Вася — братья-близнецы. Один из них всегда говорит правду, а другой всегда лжет. Вы можете задать только один вопрос одному из братьев, на который он ответит «да» или «нет». Попробуйте выяснить, как зовут каждого из близнецов.

160. В 100-значном числе 12345678901234...7890 вычеркнули все цифры, стоящие на нечетных местах; в полученном 50-значном числе вновь вычеркнули все цифры, стоящие на нечетных местах, и т. д. Вычеркивание продолжалось до тех пор, пока было что вычеркивать. Какая цифра была вычеркнута последней?

161. Население Китая составляет один миллиард человек. Казалось бы, на карте Китая с масштабом 1 : 1 000 000 (1 см : 10 км) сможет поместиться в миллион раз меньше людей, чем находится на всей территории страны. Однако на самом деле не только 1000, но даже 100 человек не смогут разместиться на этой карте. Можете ли Вы объяснить это противоречие?

162. В обыкновенном наборе домино 28 косточек. Сколько косточек содержал бы набор домино, если бы значения, указанные на косточках, изменялись не от 0 до 6, а от 0 до 12?

163. У Володи было гораздо больше орехов, чем у Павлика. Если бы Володя отдал Павлику столько же орехов, сколько у того было, то у обоих мальчиков орехов стало бы поровну. Но вместо этого Володя дал Павлику совсем немного орехов (не больше пяти), а остальные поровну разделил между тремя белками. Сколько орехов Володя дал Павлику?

164. Найдите десять последовательных натуральных чисел, среди которых: а) нет ни одного простого числа; б) одно простое число; в) два простых числа; г) три простых числа; д) четыре простых



числа; е) сколько вообще простых чисел может быть среди десяти последовательных натуральных чисел?

165. Вася взял у товарища книгу на три дня. В первый день он прочел полкниги, во второй — треть оставшихся страниц, а в третий день прочитал половину прочитанного за первые два дня. Успел ли Вася прочитать всю книгу за три дня?

166. Леня задумал число. Он прибавил к нему 5, потом разделил сумму на 3, умножил результат на 4, отнял 6, разделил на 7 и получил 2. Какое число задумал Леня?

167. Какие восемь монет нужно взять, чтобы с их помощью можно было бы без сдачи заплатить любую сумму от 1 к. до 1 р.?

168. У скольких двузначных чисел сумма цифр равна 10?

169. Директор завода, рассматривая список телефонных номеров и фамилий своих сотрудников, заметил определенную взаимосвязь между фамилиями и номерами телефонов. Вот некоторые фамилии и номера телефонов из списка:

Ачинский...........8111
Бутенко...............7216
Галич....................5425
Лапина................6131
Мартьянов.........9143

Какой номер телефона у сотрудника по фамилии Огнев?

170. Известно, что «медные» монеты достоинством в 1, 2, 3, 5 к. весят соответственно 1, 2, 3, 5 г. Среди четырех «медных» монет (по одной каждого достоинства) есть одна бракованная, отличающаяся весом от нормальной. Как с помощью взвешиваний на чашечных весах без гирь определить бракованную монету?

171. Как при помощи чашечных весов без гирь разделить 24 кг гвоздей на две части — 9 и 15 кг?

172. Полный бидон с молоком весит 34 кг, а наполненный до половины — 17,5 кг. Сколько весит пустой бидон?

173. Женю, Леву и Гришу рассадили так, что Женя мог видеть Леву и Гришу, Лева — только Гришу, а Гриша — никого. Потом из мешка, в котором лежали две белые и три черные шапки (содержимое мешка было известно мальчикам), достали и надели на

каждого шапку неизвестного ему цвета, а две шапки остались в мешке.

Женя сказал, что он не может определить цвет своей шапки. Лева слышал ответ Жени и сказал, что и у него не хватает данных для определения цвета своей шапки. Мог ли Гриша на основании этих ответов определить цвет своей шапки?

174. Из литра молока получают 150 г сливок, а из литра сливок получают 300 г масла. Сколько масла получится из 100 л молока?

175. Сколько существует трехзначных чисел?

176. Разрежьте квадрат на пять треугольников так, чтобы площадь одного из этих треугольников равнялась сумме площадей оставшихся.

177. Десяти собакам и кошкам скормили 56 галет. Каждой кошке досталось 5 галет, а каждой собаке — 6. Сколько было собак и сколько кошек?

178. Один из пяти братьев испек маме пирог. Никита сказал: «Это Глеб или Игорь». Глеб сказал: «Это сделал не я и не Дима». Игорь сказал: «Вы оба шутите». Андрей сказал: «Нет, один из них сказал правду, а другой обманул». Дима сказал: «Нет, Андрей, ты не прав». Мама знает, что трое из ее сыновей всегда говорят правду. Кто испек пирог?

179. Пять первоклассников стояли в шеренгу и держали 37 флажков. У всех справа от Таты — 14 флажков, справа от Яши — 32, справа от Веры — 20, справа от Максима — 8. Сколько флажков у Даши?

180. На доске написаны шесть чисел: 1, 2, 3, 4, 5, 6. За один ход разрешается к любым двум из них одновременно добавлять по единице. Можно ли за несколько ходов все числа сделать равными?

181. Три ковбоя зашли в салун. Один купил 4 сандвича, чашку кофе и 10 пончиков — всего на 1 доллар 69 центов. Второй купил 3 сандвича, чашку кофе и 7 пончиков на 1 доллар 26 центов. Сколько заплатил третий ковбой за сандвич, чашку кофе и пончик?

182. Известно, что в январе четыре пятницы и четыре понедельника. На какой день недели приходится 1 января?



183. В классе учатся 38 человек. Докажите, что среди них найдутся четверо, родившихся в один месяц.

184. Как, не имея никаких измерительных средств, отмерить 50 см от шнурка, длина которого $\frac{2}{3}$ метра?

185. На лужайке росли 35 желтых и белых одуванчиков. После того как 8 белых облетели, а 2 желтых побелели, желтых одуванчиков стало вдвое больше, чем белых. Сколько белых и сколько желтых одуванчиков росло на лужайке вначале?

186. В городе Васюки у всех семей были отдельные дома. В один прекрасный день каждая семья переехала в дом, который раньше занимала другая семья. В связи с этим было решено покрасить все дома в красный, синий или зеленый цвет, причем так, чтобы для каждой семьи цвет нового и старого домов не совпадал. Можно ли это сделать? Если да, то как, а если нет, то почему?

187. Поняв принципы, по которым составлены таблички чисел, изображенные на рис. 25 и 26, в первую табличку вставьте недостающее число, а из второй — уберите лишнее число.

5	625	4
8	8	1
7	?	2
6	216	3

Рис. 25

$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{23}{7}$
$3\frac{2}{7}$	$\frac{4}{11}$	0,(3)
0,125	$\frac{5}{13}$	0,(36)

Рис. 26

188. По кругу записано больше трех натуральных чисел, сумма которых равна 37. Известно, что суммы любых трех последовательных чисел равны между собой. Какие числа написаны по кругу?

189. Мастер спорта Седов, кандидат в мастера Чернов и перворазрядник Рыжов встретились в клубе перед тренировкой.

— Обратите внимание,— заметил черноволосый,— один из нас седой, другой — рыжий, третий — черноволосый. Но ни у одного из нас цвет волос не совпадает с фамилией. Забавно, не правда ли?

— Ты прав,— подтвердил мастер спорта.

Какого цвета волосы у кандидата в мастера?

190. Гена пошел с папой в тир. Договорились, что Гена делает 5 выстрелов и за каждое попадание в цель получает право сделать еще 2 выстрела. Всего Гена сделал 17 выстрелов. Сколько раз он попал в цель?

191. Я купил лотерейный билет, у которого сумма цифр его пятизначного номера оказалась равна возрасту моего соседа. Определите номер этого билета, если известно, что мой сосед без труда решил эту задачу.

192. Представьте число 203 в виде суммы нескольких положительных слагаемых так, чтобы и произведение этих слагаемых было равно 203.

193. При делении некоторого числа m на 13 и 15 получили одинаковые частные, но первое деление было с остатком 8, а второе без остатка. Найдите число m.

194. В семье шестеро детей. Пятеро из них соответственно на 2, 6, 8, 12 и 14 лет старше младшего, причем возраст каждого ребенка — простое число. Сколько лет младшему?

195. На улице, став в кружок, беседуют четыре девочки: Ася, Катя, Галя и Нина. Девочка в зеленом платье (не Ася и не Катя) стоит между девочкой в голубом платье и Ниной. Девочка в белом платье стоит между девочкой в розовом платье и Катей. Какого цвета платье было надето на каждой из девочек?

196. На числовой прямой отмечены две точки. В каком месте этой прямой расположена точка, соответствующая их среднему арифметическому?

197. Может ли произведение двух чисел быть меньше меньшего из сомножителей?

198. Найдите двузначное число, которое в 5 раз больше суммы своих цифр.

199. Двое часов начали и закончили бить одновременно. Первые бьют через каждые 2 с, вторые — через каждые 3 с. Всего было сделано 13 ударов (совпавшие удары воспринимались за один). Сколько времени прошло между первым и последним ударами?

200. Пять тетрадей — синяя, серая, коричневая, красная и желтая — лежали в стопке в определенном порядке. Их разложили на столе в две стопки: сначала верхнюю тетрадь, потом следующую за ней и т. д. В результате в первой стопке оказались: на столе — красная тетрадь, на ней — желтая, сверху — серая; во второй: на столе — коричневая тетрадь, на ней — синяя.

Затем тетради собрали в одну стопку в прежнем порядке и вновь выложили на стол, снимая их так же поочередно сверху стопки. На этот раз в первой стопке лежали: на столе — коричневая тетрадь, на ней — красная; во второй: на столе — желтая тетрадь, на ней — серая, сверху — синяя.

В каком порядке тетради лежали в стопке первоначально?

$$\begin{array}{rccc} & & & \text{А} \\ + & \text{В} & & \text{В} \\ & & & \text{А} \\ \hline & \text{С} & \text{С} & \text{С} \end{array}$$

Рис. 27

201. Расшифруйте ребус, изображенный на рис. 27. Одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным — разные.

202. Три друга — Петр, Роман и Сергей — учатся на математическом, физическом и химическом факультетах. Если Петр математик, то Сергей не физик. Если Роман не физик, то Петр математик. Если Сергей не математик, то Роман — химик. Сможете ли Вы определить специальность каждого?

203. В первом пенале лежат лиловая ручка, зеленый карандаш и красный ластик; во втором — синяя ручка, зеленый карандаш и желтый ластик; в третьем — лиловая ручка, оранжевый карандаш и желтый ластик. Содержимое этих пеналов характеризуется такой закономерностью: в каждых двух из них ровно одна пара предметов совпадает и по цвету, и по назначению. Что должно лежать в четвертом пенале, чтобы эта закономерность сохранилась?

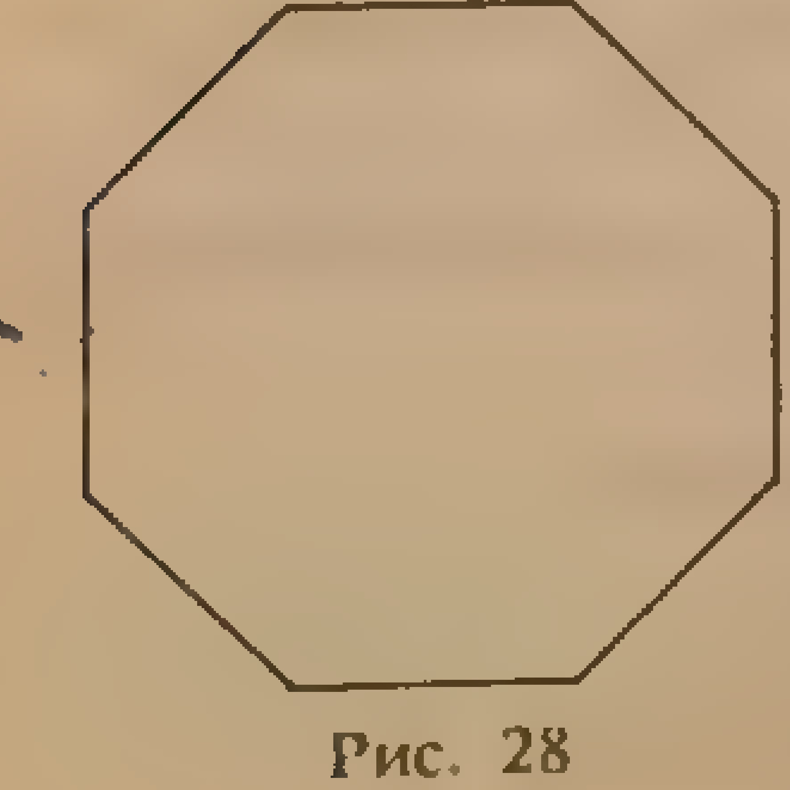


Рис. 28

204. Квадратный лист бумаги разрезали на шесть кусков в форме выпуклых многоугольников; пять кусков затерялись, остался один кусок в форме правильного восьмиугольника (рис. 28). Можно ли по одному этому восьмиугольнику восстановить исходный квадрат?

205. В книгах новгородских писцов XV в. упоминаются такие меры жидких тел: бочка, насадка и ведро. Из этих же книг стало известно, что бочка и 20 ведер кваса уравниваются с тремя бочками кваса, а 19 бочек, насадка и 15,5 ведра уравниваются с двадцатью бочками и восемью ведрами. Могут ли историки на основании этих данных определить, сколько насадок содержится в бочке?

206. В очереди в школьный буфет стоят Вика, Соня, Боря, Денис и Алла. Вика стоит впереди Сони, но после Аллы; Боря и Алла не стоят рядом; Денис не находится рядом ни с Аллой, ни с Викой, ни с Борей. В каком порядке стоят ребята?

207. Делимое в шесть раз больше делителя, а делитель в шесть раз больше частного. Чему равны делимое, делитель и частное?

208. Припишите к числу 10 справа и слева одну и ту же цифру так, чтобы полученное четырехзначное число делилось на 12.

209. Лиза на 8 лет старше Насти. Два года назад ей было втрое больше лет, чем Насте. Сколько лет Лизе?

210. Может ли сумма трех различных натуральных чисел делиться на каждое из слагаемых?

211. Докажите, что любое простое число, большее трех, можно записать в одном из двух видов: $6n+1$ либо $6n-1$, где n — натуральное число.

212. Мальчик лег спать в 7 ч вечера, поставив будильник так, чтобы он прозвенел в 9 ч утра. Сколько времени проспит мальчик?

213. Делится ли число $11 \cdot 21 \cdot 31 \cdot 41 \cdot 51 - 1$ на 10?

214. Можно ли разлить 50 л бензина по трем бакам так, чтобы в первом баке было на 10 л больше, чем во втором, а после переливания 26 л из первого бака в третий в третьем баке стало столько же бензина, сколько во втором?

215. Изменятся ли частное и остаток, если делимое и делитель увеличить в три раза?

216. Рита, Люба и Варя решали задачи. Чтобы дело шло быстрее, они купили конфет и условились, что за каждую решенную задачу девочка, решившая ее первой, получает четыре конфеты, решившая второй — две, а решившая последней — одну.



Девочки говорят, что каждая из них решила все задачи и получила 20 конфет, причем одновременных решений не было. Они ошибаются. Как Вы думаете, почему?

217. Из спичек составлены три неверных равенства (рис. 29).

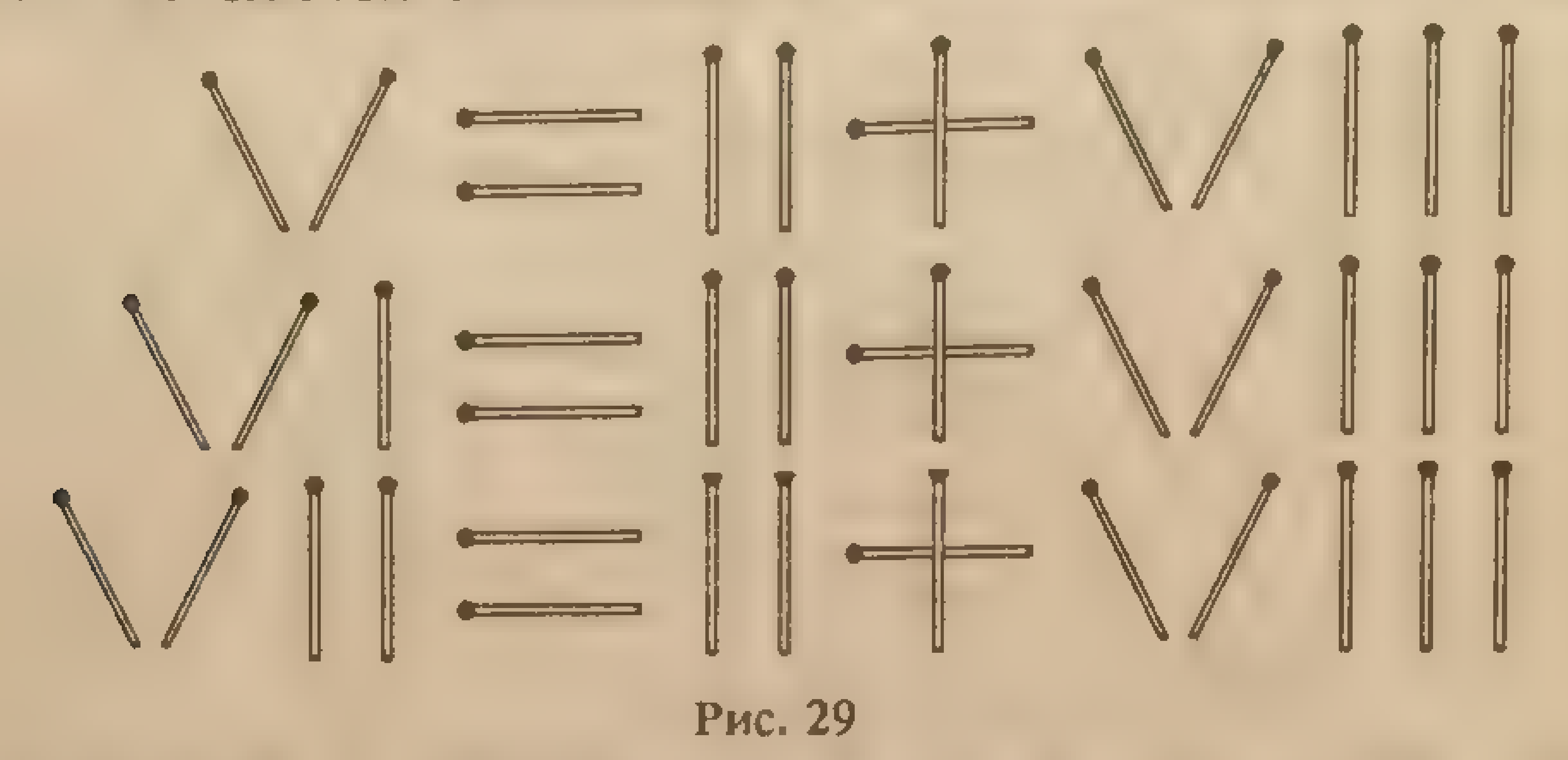


Рис. 29

Переставьте в каждом ряду по одной спичке так, чтобы все равенства стали верными.

218. Король сказал королеве:
«Сейчас мне вдвое больше лет,
чем было Вам тогда,
когда мне было столько лет,
сколько Вам теперь.
Когда же Вам будет столько лет,
сколько мне теперь,
нам вместе будет шестьдесят три года».
Интересно, сколько лет каждому из них?

219. Бак был полон воды. Эту воду поровну перелили в три бидона. Оказалось, что в первом бидоне вода заняла половину его объема, во втором бидоне вода заняла $\frac{2}{3}$, а в третьем бидоне — $\frac{3}{4}$ его объема. Бак и все три бидона вмещают по целому числу литров. При каком наименьшем объеме бака возможна такая ситуация?

220. Найдите два числа, сумма, произведение и частное которых равны между собой.

221. Попытайтесь получить миллиард (1 000 000 000), перемножая два целых сомножителя, в каждом из которых не было бы ни одного нуля.

222. Дан квадрат 7 × 7 клеток. Можно ли так покрасить некоторые клетки, чтобы в любом квадратике 2 × 2 была ровно одна закрашенная клетка?

223. Существует ли целое число, произведение цифр которого равно 1980? А 1990? А 2000?

224. Найдите хотя бы одно решение неравенства

$$0{,}05 < x < 0{,}051.$$

225. В одной американской фирме каждый служащий является либо демократом, либо республиканцем. После того как один из республиканцев решил стать демократом, тех и других в фирме стало поровну. Затем еще три республиканца решили стать демократами и тогда демократов стало вдвое больше, чем республиканцев. Сколько служащих в этой фирме?

226. Найдите два числа, разность и частное которых были бы равны 5.

227. Про заданные семь чисел известно, что сумма любых шести из них делится на 5. Докажите, что каждое из чисел делится на 5.

228. Расшифруйте ребус, изображенный на рис. 30. Одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным — разные.

$$\begin{array}{r} A \\ +\ A\,B \\ A\,B\,C \\ \hline B\,C\,B \end{array}$$

Рис. 30

229. Легко можно разрезать квадрат на два равных треугольника или два равных четырехугольника. А как разрезать квадрат на два равных пятиугольника или два равных шестиугольника?

230. Расшифруйте ребус: К И С + К С И = И С К.

Одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным — разные.

231. Можно ли выложить в ряд все 28 косточек домино согласно правилам игры так, чтобы на одном конце ряда оказалось 5, а на другом 6 очков?

232. Написано 1992-значное число. Каждое двузначное число, образованное соседними цифрами, делится на 17 или на 23. Последняя цифра числа 1. Какова первая?

233. Десять человек захотели основать клуб. Для этого им необходимо собрать определенную сумму вступительных взносов. Если бы организаторов было на пять человек больше, то каждый из них должен был бы внести на 100 долларов меньше. Сколько денег внес каждый?

234. Какая из трех дробей наибольшая: $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$ или $\frac{5}{6}$?

235. На острове живут два племени — аборигены и пришельцы. Известно, что аборигены всегда говорят правду, пришельцы всегда лгут. Путешественник нанял туземца-островитянина в проводники. По дороге они встретили какого-то человека. Путешественник попросил проводника узнать, к какому племени принадлежит этот человек. Проводник вернулся и сообщил, что человек назвался аборигеном.

Кем был проводник — аборигеном или пришельцем?

236. При каких значениях p все три числа p, $2p+1$ и $4p+1$ будут простыми?

237. На кошачьей выставке каждый посетитель погладил ровно трех кошек. При этом оказалось, что каждую кошку погладили ровно три посетителя. Докажите, что посетителей было ровно столько же, сколько кошек.

238. Найдите двузначное число, которое вдвое больше произведения своих цифр.

239. Среди 40 кувшинов, с которыми атаман разбойников приехал в гости к Али-Бабе, нашлись два кувшина разной формы и два кувшина разного цвета. Докажите, что среди них найдутся два кувшина одновременно и разной формы и разного цвета.

240. Чему равно произведение

$$\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1-\frac{1}{16}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{225}\right)?$$

241. Когда «послезавтра» станет «вчера», то «сегодня» будет так же далеко от воскресенья, как тот день, который был «сегодня», когда «вчера» было «завтра». Как Вы думаете, какой сегодня день недели?

242. Может ли сумма трех последовательных натуральных чисел быть простым числом?

243. Двадцать рыцарей надели двадцать плащей, и каждому плащ оказался короток. Тогда рыцари, сняв плащи, выстроились по росту. Самый высокий рыцарь взял себе самый длинный плащ, второй взял себе самый длинный плащ из оставшихся и т. д. Рыцарь самого маленького роста взял себе самый короткий плащ. Докажите, что и в этом случае каждому рыцарю плащ окажется короток.

244. Существует ли трехзначное число, равное произведению своих цифр?

245. Пошел Иван-царевич искать похищенную Кощеем Василису Прекрасную. Навстречу ему Леший.

— Знаю,— говорит,— я дорогу в Кощеево Царство, случалось, ходил туда. Шел я четыре дня и четыре ночи. За первые сутки я прошел треть пути — прямой дорогой на север. Потом повернул на запад, сутки продирался лесом и прошел вдвое меньше. Третьи сутки я шел лесом, уже на юг, и вышел на прямую дорогу, ведущую на восток. Прошагал я по ней за сутки 100 верст и попал в Кощеево Царство. Ты ходок такой же резвый, как и я. Иди, Иван-царевич, глядишь, на пятый день будешь в гостях у Кощея.

— Нет,— отвечал Иван-царевич,— если все так, как ты говоришь, то уже завтра я увижу мою Василису Прекрасную.

Прав ли он? Сколько верст прошел Леший и сколько думает пройти Иван-царевич?

246. Какое число нужно вычесть из числителя дроби $\frac{537}{463}$ и прибавить к знаменателю, чтобы после сокращения получить $\frac{1}{9}$?

247. На складе хранилось 100 кг ягод, содержание воды в которых составляло 99%. От долгого хранения содержание воды в ягодах сократилось до 98%. Сколько теперь весят ягоды?

248. В сказочной стране Перра-Терра среди прочих обитателей проживают Карабасы и Барабасы. Каждый Карабас знаком с шестью Карабасами и девятью Барабасами. Каждый Барабас знаком с десятью Карабасами и семью Барабасами. Кого в этой стране больше — Карабасов или Барабасов?

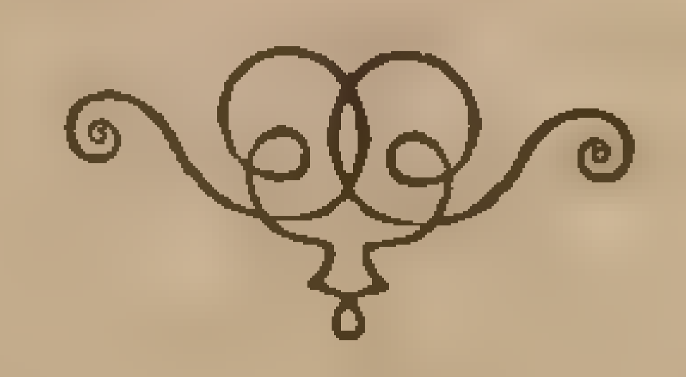
249. Король решил уволить в отставку премьер-министра, но не хотел его обидеть. Когда премьер-министр пришел к королю, тот сказал: «В этот портфель я положил два листа бумаги. На одном из них написано «Останьтесь», на другом — «Уходи́те». Листок, который Вы сейчас не глядя вытянете из портфеля, решит вашу судьбу».

Премьер-министр догадался, что на обоих листках написано «Уходи́те». Однако ему удалось сделать так, что король его оставил. Как поступил премьер-министр?

250. В небольшом шотландском городке стояла школа, в которой учились ровно 1000 школьников. У каждого из них был шкаф для одежды — всего 1000 шкафов, причем шкафы были пронумерованы числами от 1 до 1000. А еще в этой школе жили привидения — ровно 1000 привидений. Каждый школьник, уходя из школы, запирал свой шкаф, а ночью привидения начинали играть со шкафами, то отпирая, то запирая их.

Однажды вечером школьники, как обычно, оставили запертыми все шкафы. Ровно в полночь появились привидения. Сначала первое привидение открыло все шкафы; потом второе привидение закрыло те шкафы, номер которых делился на 2; затем третье привидение поменяло позиции (т. е. открыло шкаф, если он был закрыт, и закрыло — если он был открыт) тех шкафов, номер которых делился на 3; следом за ним четвертое привидение поменяло позиции тех шкафов, номер которых делился на 4, и т. д. Как только тысячное привидение поменяло позицию тысячного шкафа — пропел петух и все привидения срочно убрались восвояси.

Не скажете ли Вы, сколько осталось открытых шкафов после посещения привидений?

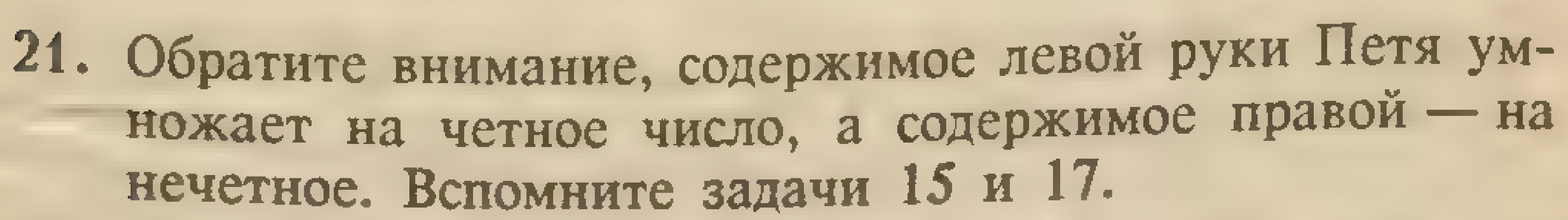


ПОДСКАЗКИ

1. Где будет находиться улитка к концу третьей ночи? А к началу третьей ночи?
2. Какую часть улова составляют 4 щуки?
3. Вспомните задачу 2.
4. На сколько частей бревно делится первым распилом? Как изменяется число кусков после каждого следующего распила?
5. Вспомните задачу 4.

6 — 7. Обратите внимание, чтобы из бублика «сделать» бревно, понадобится один разрез.

8. Заметьте, десять разрезов — это 20 радиусов.
9. Обратите внимание, разрезы могут пересекаться.
10. Сколько чурбачков получили зайцы?
11. Число частей зависит от того, пересекаются ли разрезы между собой внутри блинчика.
12. Помните ли Вы, что если фигура имеет центр симметрии, то любая прямая, проходящая через него, делит эту фигуру на две равные части?
13. Заметьте, торт не обязательно должен быть выпуклой фигурой.
14. Вспомните задачу 11.
20. Вспомните задачу 16.





21. Обратите внимание, содержимое левой руки Петя умножает на четное число, а содержимое правой — на нечетное. Вспомните задачи 15 и 17.

22. Попробуйте сложить лист вдвое и вырезать вдоль линии сгиба узкое отверстие. Вы получите узкую дыру с широкими краями. Попробуйте увеличить «длину» краев за счет уменьшения их «ширины».

23. Заметьте, чашка, выпитая каждой купчихой, фигурировала в условии задачи дважды — один раз как выпитая с одной подругой, второй раз — с другой.

24. Скольких Мышек заменяет Кошка? А Внучка?

25. В старой русской азбуке буквы Ъ, Ь и Ы назывались, соответственно, «ер», «ерь» и «еры».

26. Яд может быть и ядом, и противоядием в зависимости от того, когда он выпит.

27. Ответ: «Из 9 заготовок можно сделать 12 деталей» неверен. Почему?

28. Просуммируйте все партии, сыгранные каждым игроком, и подумайте, какой будет эта сумма — четной или нечетной. Вспомните задачи 15, 16, 20.

29. Подумайте, чему равно *A*.

30. Обратите внимание: $100 - 60 < 60$.

31. Попробуйте разделить квадрат на четыре или девять маленьких квадратиков и посмотрите, какова будет сумма периметров этих квадратиков.

32. Подумайте, как стал выглядеть ковер-самолет после того, как Змей Горыныч отрезал от него кусок.

33. Подумайте, какой цифре соответствует буква, от которой отходят только знаки «<».

34. Подумайте, сколько денег должен был получить Карл, сколько он их получил и почему.

35. Сколько квадратов «добавляет» каждый гном?

36. Не напоминают ли Вам эти фигурки почтовые индексы?

37. Заметьте, каждый провод соединяет два аппарата.

38. Обратите внимание, в гулливерский спичечный коробок должно помещаться 12 лилипутских коробков в ширину, 12 — в длину и 12 — в высоту.

39. Путешественник может отдать несколько скованных колец, получив при этом сдачу кольцами.

40. Для соединения двух звеньев требуется одно кольцо.

41. Заметьте, с некоторого момента начнет повторяться группа из восьми пальцев: безымянный, средний, указательный, большой, указательный, средний, безымянный, мизинец.

43. Обратите внимание, каждая косточка домино покрывает одну белую и одну черную клетку.

44. Из отчета следует, что в каждой семье обязательно есть девочка. Почему?

47. Заметьте, невозможно одновременно и есть, и спать.

48. Использовали ли Вы условие, что результаты в строках и столбцах с одинаковыми номерами равны между собой? Какими могут быть первые цифры в двузначных числах первого столбца? Чему может быть равно первое число первой строки? Чему может быть равно второе число второй строки? Чему может быть равен результат первой строки (и, соответственно, первого столбца)?

49. При поиске фальшивой монеты среди трех монет попробуйте положить на каждую чашку весов по одной монете, среди 4 — по две, а среди 9 — по три монеты.

50. Обратите внимание, требуется определить фальшивую монету, при этом вовсе не требуется указывать, легче она, чем настоящие, или тяжелее.

51. Попробуйте взять 1 монету из первого мешка, 2 — из второго, 3 — из третьего... 10 — из последнего и взвесить их.

52. Вспомните задачу 37.

53. Догадались ли Вы воспользоваться результатами предыдущей 52-й задачи? Как сыграли между собой первый и второй игроки (т. е. игроки, занявшие 1-е и 2-е места)? Как сыграли между собой первый и четвертый игроки? Может ли второй игрок набрать больше 2,5 очка? Может ли второй игрок набрать меньше 2,5 очка? Как закончились все игры первого и второго

игроков? Может ли третий игрок набрать больше 2 очков? Может ли третий игрок набрать меньше 2 очков? Сколько очков набрал четвертый игрок? Сколько очков набрал пятый игрок?

54. Может ли второй игрок (т. е. игрок, занявший 2-е место) набрать меньше 6 очков? Может ли второй игрок набрать больше 6 очков?

55. Заметьте, после каждого нечетного хода конь находится на белой клетке, после каждого четного — на черной.

56. Вспомните задачу 48.

57. Чему равны вторая и четвертая цифры частного? Чему равны первая и последняя цифры частного?

58. Подумайте, можно ли взять зернышко из мешка, на котором написано «Мак».

59. Попробуйте за пять попыток определить, к какому из 6 чемоданов подходит первый ключ.

60. Подумайте, сколько в избушке Мудрых Сов и Усатых Тараканов вместе? А сколько Говорящих Котов и Усатых Тараканов вместе?

61. Поскольку все требования завещателя выполнить невозможно, придется выполнять только часть из них. В зависимости от того, какую именно часть Вы выполните, будет принят тот или иной способ дележа.

62. Попробуйте перевернуть первые три монеты.

63. Заметьте, на шахматной доске из 25-ти клеток количество белых и черных клеток неодинаково. Вспомните задачу 55.

64. Подумайте, что можно сказать о величине того солдатика, который стоит на одной горизонтали с самым маленьким из больших и на одной вертикали с самым большим из маленьких.

65. Вспомните задачи 37, 52.

66. *Вариант 1* (см. рис. 9). Попробуйте определить, на каких местах расположены косточки-дубли.

Вариант 4 (см. рис. 12). Где расположена косточка 4 - 2? Могут ли во второй строке находиться косточки 0 - 1 и 5 - 6? Могут ли в первой строке лежать косточки 1 - 2 и 4 - 5? Могут ли во второй строке лежать косточки 2 - 5 и 1 - 4? Может ли

косточка 1 - 1 стоять во втором столбце? А может ли косточка 5 - 5 стоять в седьмом столбце? Где расположена косточка 0 - 6? Могут ли косточки 6 - 3 и 3 - 0 находиться в третьей или четвертой строках?

67. Можно ли срывать плоды так, чтобы число бананов на яблоне стало четным? Вспомните задачи 15 — 16.

68. Обратите внимание, после удара Ивана-царевича у Змея Горыныча ничего не вырастает только тогда, когда Иван-царевич отрубает ему две головы.

69. Помните ли Вы, что если в группу чисел добавить число, равное среднему арифметическому этой группы, то среднее арифметическое новой группы будет равно среднему арифметическому начальной группы?

70. Почему первая цифра второго сомножителя не может быть равна 1? Почему она не может быть больше 3? Почему первая цифра первого сомножителя равна 2? Почему первая цифра первого промежуточного результата равна 2? Почему вторая цифра второго сомножителя равна 9? Почему первая цифра второго промежуточного результата равна 8? Почему вторая цифра первого сомножителя равна 8?

71. Попробуйте сначала определить, как расположены фигуры по цвету, не обращая внимания на их форму.

72. Попробуйте доказать, что число вертикально лежащих косточек, «начинающихся» в верхнем горизонтальном ряду, четно.

73. Какой буквой зашифрован нуль? Может ли буква *а* обозначать нечетное число (см. последнюю строку рис. 14)? Может ли *а* быть равно 2 (см. первую строку рис. 14)?

74. Заметьте, из условия следует, что за день 20 черных коров и 15 рыжих дают столько же молока, сколько 12 черных и 20 рыжих.

75. С кем катается Люся Егорова — самая высокая среди девочек?

76. Попробуйте определить сумму чисел в ряду, тогда Вы сможете расставить по местам несколько чисел. Затем попробуйте определить, какое число стоит в центральной клетке.

77. Попробуйте умножать исходное число на 2 до тех пор, пока первая цифра результата не станет равна 7.

78. Подумайте, могут ли быть кратны 7 обе части равенства?

79. Заметьте, общее количество собранных грибов равно произведению числа ребят на число грибов в каждой корзинке.

80. Заметьте, когда из книги выпадает часть, то первая из выпавших страниц имеет нечетный номер, а последняя — четный.

81. Можно, конечно, составить систему уравнений, но лучше попробуйте обойтись без этого.

82. Попробуйте поставить на одну чашку весов гирю в 1 кг и уравновесить весы.

83. Заметьте, в тетради написано сто утверждений, каждые два из которых противоречат друг другу.

85. Попробуйте представить условия задачи системой уравнений.

86. Обратите внимание, сумма цифр числа M не может содержать больше пяти знаков и должна делиться на 9.

87. Сколько времени займет путь в один конец на автобусе? А сколько — путь в один конец пешком?

88. Подумайте, когда у Коли день рождения.

89. Попробуйте рассмотреть шесть самых маленьких натуральных чисел: 1, 2, ..., 6. Обратите внимание: среди искомых чисел не должно быть равных.

90. Заметьте, обычно всякому делителю m соответствует «парный делитель» — $\frac{M}{m}$.

92. Попробуйте представить условия задачи системой уравнений.

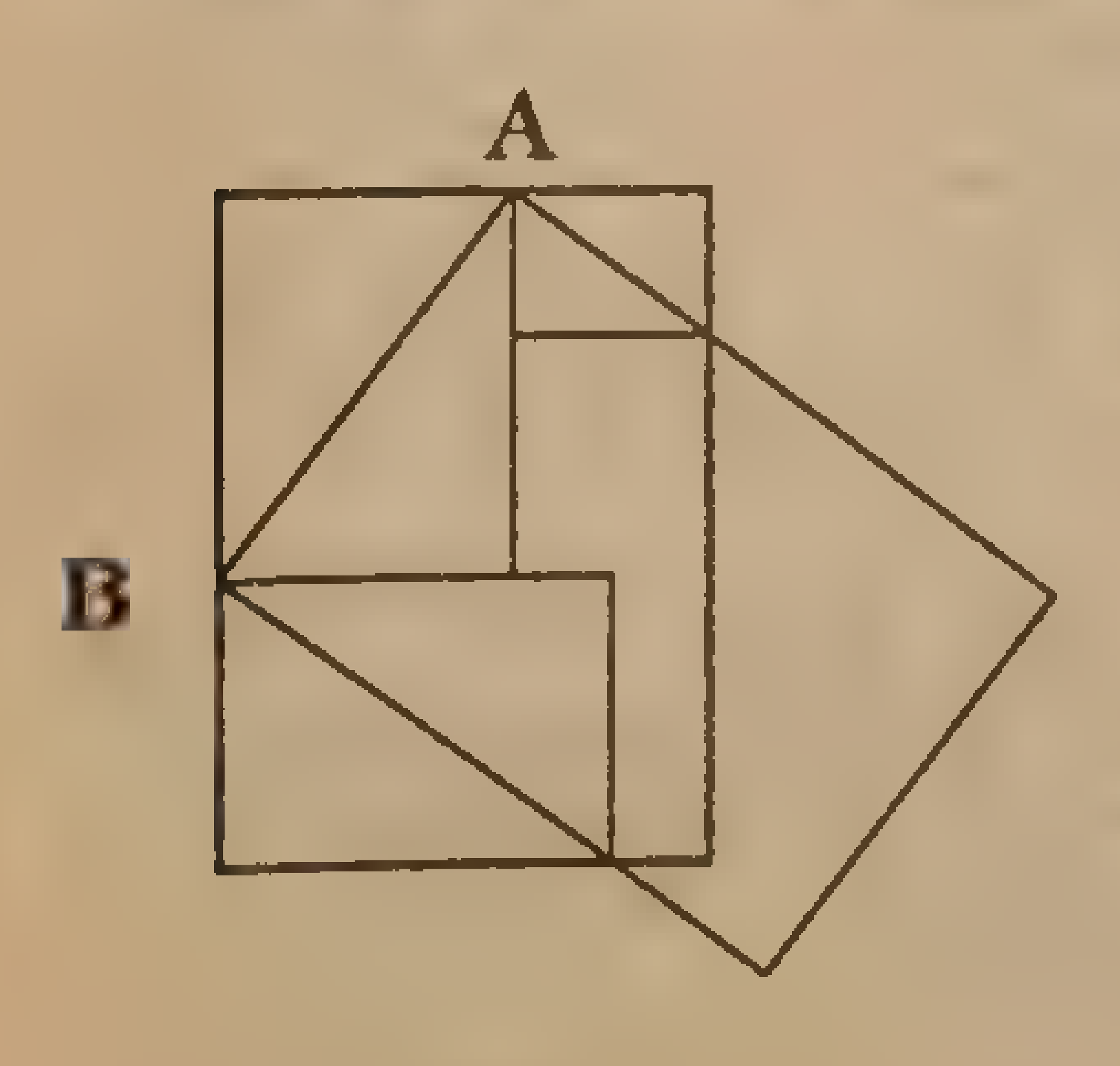


Рис. 31

93. Попробуйте сделать дополнительное построение, как показано на рис. 31.

94. Попробуйте представить условие задачи системой уравнений. Подумайте, как решить эту задачу, не составляя системы уравнений.

96. Попробуйте заменить в первой строке БУТЫЛКУ на ее эквивалент в ЧАШКАХ и СТАКАНАХ (см. третью строку).

97. Попробуйте применить метод, которым пользовался Шерлок Холмс, расшифровывая «пляшущих человечков».

98. Попробуйте определить, каковы последние цифры у чисел 9^{1989}, 9^{1992}, 2^{1989} и 2^{1992}.

99. Известный польский математик Д. Пойа в таких случаях предлагал смотреть на условие задачи до тех пор, пока решение само не придет в голову.

100. Попробуйте начать с того, чтобы положить в первую кучку гирьки массой 101 и 1 г, а во вторую — массой 100 и 2 г.

101. Заметьте, на вторую половину пути турист потратил ровно столько времени, сколько он потратил бы, если бы весь путь шел пешком.

102. Попробуйте организовать путешествие так, чтобы каждый из мальчиков полдороги проехал на велосипеде.

103. Можно, конечно, представить условие задачи в виде уравнения, но лучше обойтись без этого.

104. Туристы могут начать с того, что двое с меньшим весом садятся в лодку и переправляются на противоположный берег, после чего один из них пригоняет лодку обратно.

105. Заметьте, номер одного и того же вагона в субботу был меньше числа, а в понедельник равен числу.

107. Чему равен интервал между двумя соседними ударами? Вспомните задачу 4.

109. Половина от половины — четверть.

110. В одном кубическом километре — миллиард кубических метров.

111. Обратите внимание, на каждого едока приходится по 4 лепешки.

112. Не напоминают ли Вам элементы ключа уменьшенные фрагменты основного рисунка?

113. Заметьте, общий объем жидкости в стакане не изменился.

114. Обратите внимание, во дворце султана 4 наружных стены и 18 внутренних перегородок.

115. В первом кружке стрелку надо поставить на букву Б. Почему?



116. За сколько минут до предполагавшегося по расписанию момента посадки самолета автомобиль «Москвич» встретился на дороге с грузовиком?

117. Заметьте, за один месяц ребята собрали денег в 5 раз меньше, чем за пять месяцев. Вспомните задачу 79.

118. Почему тот месяц, в который Митя был в Смоленске и в Вологде, начинался во вторник?

119. Обратите внимание, название города, из которого шел поезд, может состоять только из букв с номерами 1, 2, 12, 21, 22.

120. На сколько времени больше Петя потратит на весь путь, если он вернется домой за ручкой, чем потратил бы, если бы не возвращался?

121. Сколько будет интервалов между выемками писем? Вспомните задачу 4.

122. Обратите внимание, Билл купил 6 коробков спичек.

123. Вспомните задачу 65.

124. Чему равна общая сумма возрастов 11 игроков команды?

125. Подумайте, в какое время суток часы будут бить три раза подряд через каждые полчаса по одному удару.

126. Заметьте, «то» да «это» плюс половина «того» да «этого» получится полтора «того» да «этого».

127. Обратите внимание, от Буратино вовсе не требуется узнать, какая именно монета фальшивая. Требуется только, чтобы он определил, кто сделал эту монету — Кот Базилио или Лиса Алиса — или, что то же самое, тяжелее фальшивая монета, чем настоящие, или легче.

128. Обратите внимание, после проигрыша команда выбывает.

129. Попробуйте сравнить каждое число с предыдущим.

130. Вспомните задачу 129.

131. Попробуйте сравнить каждое следующее число с двумя предыдущими.

132. Что находится в банке? А в чашке?

133. Заметьте, Ира собрала грибов не меньше, чем Витя.

134. Обратите внимание, четыре мушкетера могут тремя различными способами разбиться на пары: (1, 2) — (3, 4); (1, 3) — (2, 4); (1, 4) — (2, 3). Здесь цифрами обозначен номер места, которому соответствует сила каждого мушкетера.

135. Подумайте, какие кубики можно поставить в центр пирамиды, какие — в вершины.

136. Заметьте, воробей может склевать только целое число зернышек. Вспомните задачу 57.

138. Вспомните задачи 16 и 18.

139. Обратите внимание, каждый раз число добавляемых точек на 1 меньше, чем число тех, которые были.

140. Попробуйте найти такие вопросы, на которые все люди, находящиеся в данный момент в стране *А*, ответят одинаково, а затем среди этих вопросов выберите такие, на которые в стране *Я* ответят тоже одинаково, но по-другому.

142. Попробуйте сложить синюю и красную палки длиной по 30 см и сравните их между собой.

143. Заметьте, скорость Толи составляет $\frac{9}{10}$ от скорости Сережи.

144. У Вали белые туфли — почему? Вспомните задачу 132.

145. Подумайте, сколько будет монет, если каждого из четырех типов монет не более шести?

146. Попробуйте разбить эту последовательность на две: одну — из чисел, стоящих на нечетных местах, другую — из чисел, стоящих на четных местах.

148. Вспомните задачу 140.

149. Вспомните задачи 140 и 148.

150. Попробуйте рассмотреть три случая: а) сумма кратна 3; б) при делении на 3 сумма дает остаток 1; в) при делении на 3 сумма дает остаток 2.

151. Чему равна сумма возрастов всех членов команды? Сколько лет боцману? Сколько лет юнге и машинисту вместе? А сколько лет каждому из них? Сколько лет рулевому?

152. Обратите внимание, число школьников, получивших ту или иную оценку, всегда целое.



153. Вспомните задачи 140, 148, 149.

155. Попробуйте записать условие задачи в виде системы неравенств. Вспомните задачу 134.

156. Обратите внимание, при перемене знаков в строке или столбце произведение всех чисел в таблице не меняется.

158. Заметьте, среди чисел, входящих в произведение, есть оканчивающиеся на 5.

159. Вспомните задачи 140, 148, 149, 153.

160. Чем характеризуются порядковые номера цифр, оставшихся после первого вычеркивания? А после второго?

161. Обратите внимание, речь идет не о линейных размерах, а о площади.

162. Попробуйте понять, почему в стандартном наборе домино именно 28 косточек.

163. Первоначально орехов у Володи было в 3 раза больше, чем у Павлика. Почему?

164. Обратите внимание, среди десяти последовательных натуральных чисел (больших 5) обязательно пять четных, а из нечетных одно кратно 5.

165. Какую часть книги Вася прочел во второй день?

166. Попробуйте составить уравнение для определения искомого числа.

167. Попробуйте разбить эту задачу на две: сначала найдите монеты, при помощи которых можно заплатить любую сумму от 1 до 10 к., а затем монеты, при помощи которых можно заплатить 10, 20, ..., 90 к.

169. Подумайте, что может означать первая цифра телефона? Какие два числа получаются из трех оставшихся цифр?

170. Попробуйте сделать два взвешивания: при первом на одну чашку весов положите монеты достоинством в 2 и 3 к., а на другую — в 5 к.; при втором на одну чашку весов положите монеты в 1 и 2 к., а на другую — в 3 к.

171. Попробуйте отвесить сначала 12 кг, затем — 6 кг, а потом — 3 кг.

172. На сколько удвоенный вес бидона, наполненного до половины, больше, чем вес полного бидона?

173. При каком условии Женя может определить цвет своей шапки?

174. Сколько сливок получится из 100 л молока?

176. Попробуйте разрезать квадрат по диагонали.

177. Сколько понадобилось бы галет, если бы все животные были собаками?

178. Один из двоих — Дима или Андрей — говорит неправду. Как это определить? И Игорь тоже говорит неправду. Как это определить?

179. Заметьте, чем больше флажков справа от первоклассника, тем «левее» его место в шеренге.

180. Обратите внимание, после любого хода сумма написанных чисел остается нечетной. Вспомните задачу 16.

181. Сколько стоят 8 сандвичей, 2 чашки кофе и 20 пончиков? А сколько — 9 сандвичей, 3 чашки кофе и 21 пончик?

182. Заметьте, ни 1, ни 2, ни 3-е января не могут приходиться ни на понедельник, ни на пятницу.

183. Вспомните задачу 145.

184. Попробуйте отрезать четверть шнурка.

185. Сколько одуванчиков осталось на лужайке после того, как 8 белых облетели?

186. Попробуйте условно разбить все семьи города на цепочки так, чтобы после каждой семьи в цепочке стояла та, в дом которой предыдущая семья переехала.

187. Заметьте, в каждой строке первой таблицы стоят основание степени, показатель и результат; во второй таблице собраны пары равных чисел.

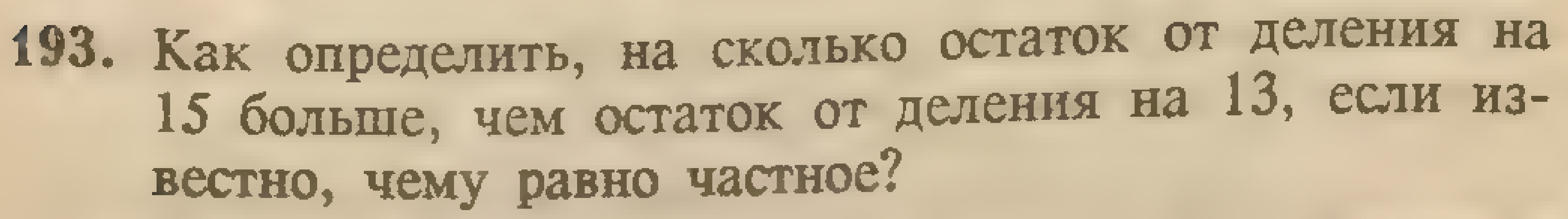
188. Попробуйте рассмотреть два случая: а) количество записанных чисел не кратно 3; б) количество записанных чисел кратно 3.

189. Вспомните задачи 71, 132, 144.

190. Сколько выстрелов Гена заслужил попаданиями в цель?

191. Заметьте, в билете не может быть двух неравных цифр.

192. Попробуйте разложить число 203 на множители.





193. Как определить, на сколько остаток от деления на 15 больше, чем остаток от деления на 13, если известно, чему равно частное?

194. Может ли возраст младшего ребенка быть четным числом?

195. Вспомните задачи 71, 132, 144, 189.

197. Попробуйте рассмотреть произведение любых двух положительных чисел, меньших 1.

198. Обратите внимание, искомое число должно делиться на 5.

199. Сколько раз пробьют часы за первые 6 с?

200. Может ли в исходной стопке серая тетрадь лежать выше желтой, а желтая — выше красной?

201. Чему равно C?

202. Подумайте, может ли Роман быть математиком. Вспомните задачи 71, 132, 144, 189, 195.

203. Подумайте, может ли в четвертом пенале лежать лиловая ручка.

204. Могут ли какие-нибудь два многоугольника граничить друг с другом больше, чем по одной стороне?

205. Попробуйте записать условие задачи в виде системы уравнений.

206. Вспомните задачи 71, 144, 195.

207. Чему равно частное?

208. Обратите внимание, полученное число должно одновременно делиться и на 4, и на 3.

209. Подумайте, сколько лет было девочкам два года назад.

210. Заметьте, условие задачи равносильно условию, что сумма любых двух из этих чисел делится на третье.

211. Какие остатки при делении на 6 может давать простое число, большее трех?

212. Подумайте, когда должен прозвенеть будильник.

213. Чему равна последняя цифра произведения?

214. Заметьте, если бы такое переливание было возможно, то во втором баке должно было быть больше, чем 26 л бензина.

215. Попробуйте рассмотреть два случая: а) остаток равен нулю; б) остаток не равен нулю.

216. Заметьте, за решение каждой задачи все три девочки вместе получали 7 конфет.

218. Попробуйте обозначить через x возраст короля «тогда», через y — возраст королевы «тогда» и составить систему уравнений. Подумайте, как решить эту задачу, не составляя системы уравнений.

219. Обратите внимание, и объем бака, и объемы всех бидонов являются целыми числами. Вспомните задачу 152.

220. Попробуйте представить условия задачи в виде системы уравнений.

221. Попробуйте рассмотреть делители числа 1 000 000 000.

223. Эту задачу можно сформулировать иначе: «Можно ли разложить числа 1980, 1990, 2000 на однозначные сомножители?»

224. Заметьте, у этого неравенства очень много решений.

225. Попробуйте представить условия задачи в виде системы уравнений.

226. Заметьте, если одно число больше другого в 5 раз, то их разность в 4 раза больше меньшего из чисел.

227. Попробуйте доказать, что сумма всех семи чисел делится на 5.

228. Вспомните задачи 48, 56, 201.

229. Подумайте, будут ли искомые многоугольники выпуклыми.

230. Из вида первых цифр всех трех чисел следует, что К < И. Почему?

231. Обратите внимание, в наборе косточек домино имеется четное число пятерок (8 штук).

232. Попробуйте рассмотреть все двузначные числа, делящиеся на 17 или 23. Вспомните задачу 41.

233. Попробуйте представить условие задачи в виде системы уравнений. Подумайте, как решить эту задачу, не составляя системы уравнений.

234. Попробуйте привести дроби к общему знаменателю.

235. Подумайте, что ответил проводнику повстречавшийся человек.



236. Подумайте, какие остатки дают все три числа при делении на 3.

237. Вспомните задачу 123 и мысленно натяните ниточки между каждой кошкой и погладившим ее посетителем.

238. Попробуйте составить уравнение для определения искомого числа.

239. Попробуйте рассмотреть два кувшина разной формы.

240. Обратите внимание, в каждой скобке заключена разность квадратов.

241. Подумайте, сколько дней отделяет «сегодня» от того дня, когда «послезавтра» станет «вчера».

242. Вспомните задачу 236.

243. Попробуйте сначала выстроить по росту рыцарей, а потом уже распределять «по росту» плащи.

244. Вспомните задачу 238.

245. Попробуйте начертить путь Лешего.

246. Заметьте, $537 + 463 = 1000$.

247. Заметьте, вначале в ягодах содержался 1 кг сухого вещества.

248. Вспомните задачу 237.

249. Вспомните задачи 140, 148, 149, 153.

250. Вспомните задачу 90.



РЕШЕНИЯ

1. Часто получают в ответе 10 суток, рассуждая так: за сутки улитка поднимается на 1 м, следовательно, на высоту 10 м она поднимется через 10 суток. Но при этом забывают, что к концу дня улитка бывает значительно выше, чем к концу ночи.

К концу пятых суток улитка окажется на высоте 5 м, а к началу шестой ночи — на высоте 10 м. Значит, вершины столба улитка достигнет за пять с половиной суток.

2. Часто получают в ответе 6 щук, рассуждая так: улов состоит из четырех щук и еще половины от четырех щук, следовательно, улов — 6 щук. Это неверно. Поскольку 4 щуки составляют половину улова, то весь улов — 8 щук.

3. Задача аналогична предыдущей. Ответ: 3 кг.

4. Чурбачков всегда на 1 больше, чем распилов, поскольку первый распил делит бревно на две части, а каждый следующий — прибавляет еще один чурбачок. Ответ: 11 чурбачков.

5. Из каждого бревна получается на 1 чурбачок больше, чем сделано распилов. Раз чурбачков на 6 больше, значит, было 6 бревен.

6. Когда на части режут бублик, число разрезов и число секторов совпадают, поскольку один разрез нужен для того, чтобы «сделать» из бублика бревно.

7. См. решение задачи 6.

8. Десять разрезов — это 20 радиусов, которые делят круглый торт на 20 секторов.

9. Это могло получиться, если в первом случае разрезы не пересекались между собой, а во втором — пересеклись. Например, если в первом случае разрезы были параллельны друг другу, а во втором — перпендикулярны.

10. Зайцы получили 12 чурбачков — 10 упавших и 2 закрепленных. Значит, распилов было 11.

11. Проведем в блинчике три прямые и рассмотрим точки их пересечения. В зависимости от того, где будут расположены эти точки, получится то или иное количество частей. Чтобы получить 4 части, надо все три точки расположить вне блинчика (рис. 32). Перенос одной из этих точек из-за границы блинчика внутрь добавляет одну часть. Так, чтобы получить 5 частей, надо одну точку перенести внутрь блинчика (рис. 33), 6 — еще одну точку перенести внутрь блинчика (рис. 34), 7 — все три точки пересечения расположить внутри блинчика (рис. 35).

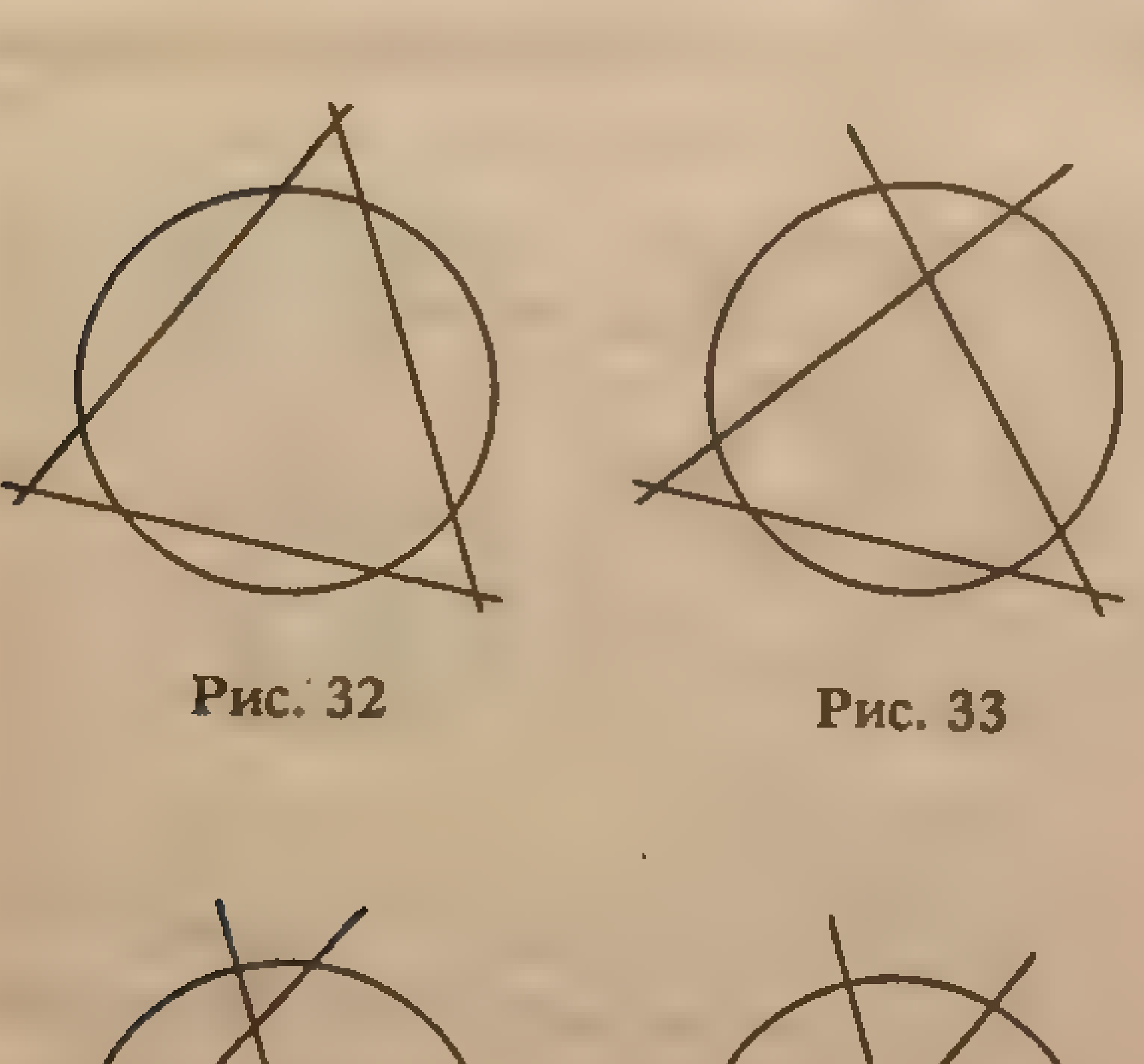


Рис. 32 Рис. 33

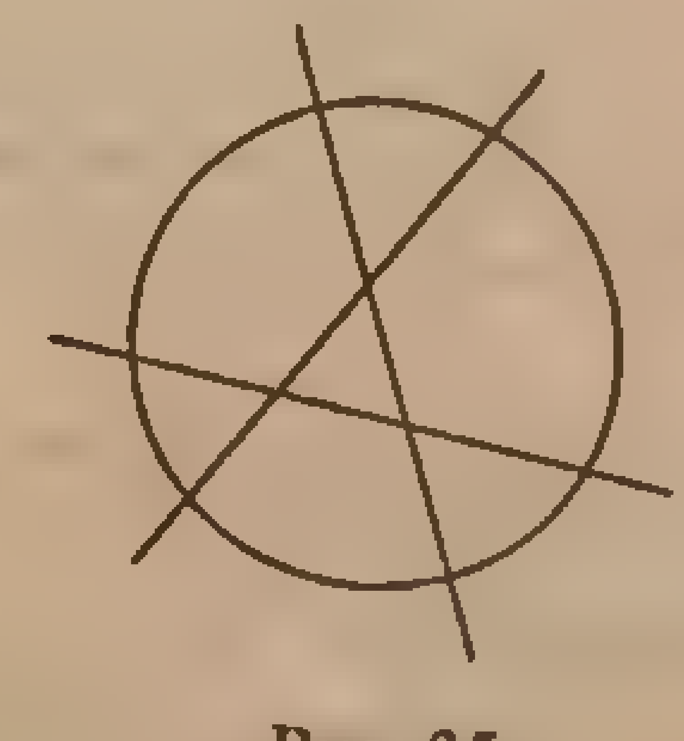


Рис. 34 Рис. 35

12. Если фигура имеет центр симметрии, то любая прямая, проходящая через него, делит эту фигуру на две равные части. Поэтому для того чтобы одновременно разрезать и торт и шоколадку на две равные части, надо провести прямую через центр торта и центр шоколадки.

13. Если бы торт был выпуклой фигурой, этого сделать было бы нельзя, но ведь нигде не сказано, что он должен быть таким.

Можно, например, испечь торт в виде буквы Ш и разрезать так, как показано на рис. 36.

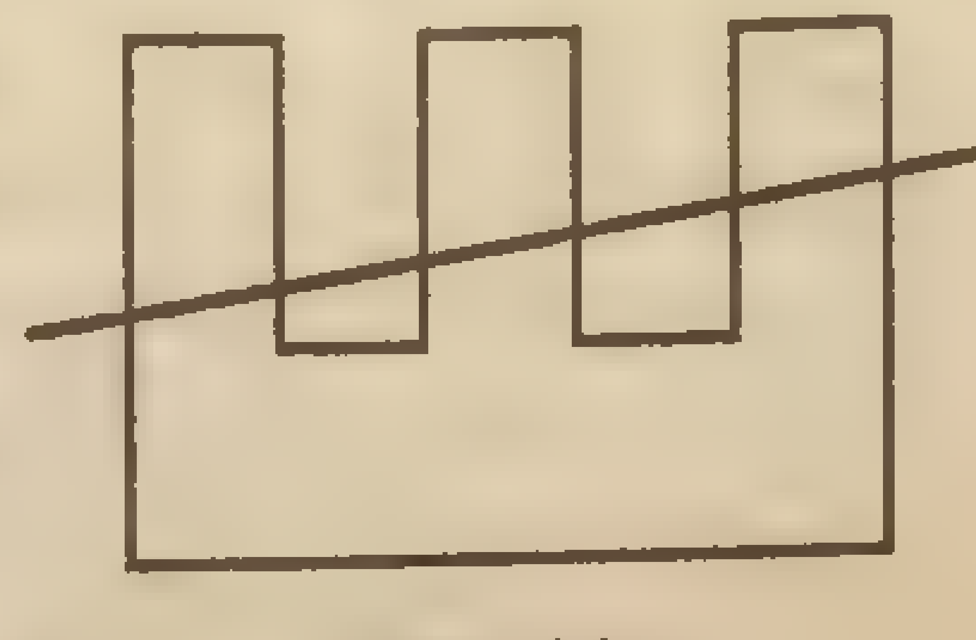


Рис. 36

14. Если из трех прямых каждые две пересекаются внутри блинчика, получится 7 кусков (см. рис. 35). Если же из этих прямых какие-нибудь две параллельны или пересекаются за пределами блинчика, то кусков будет меньше.

15. Сумма двух четных или двух нечетных чисел будет четной, а сумма четного и нечетного — нечетной.

16. Сумма любого числа четных чисел, а также четного числа нечетных чисел будет четной, сумма же нечетного числа нечетных чисел — нечетной.

17. Произведение будет четным, если хотя бы один из сомножителей — четное число. Если же оба сомножителя — числа нечетные, то и произведение будет нечетным.

18. Если в произведении ни один из сомножителей не является четным числом (т. е. все числа нечетны),— оно будет нечетным. В противном случае (т. е. если хотя бы одно число четно) произведение будет четным.

19. Если мы возьмем все 11 купюр достоинством 3 р., то получим 33 р.— на 8 р. больше, чем надо. Заменим несколько трехрублевых купюр на однорублевые. Каждая купюра уменьшает разницу на 2 р. Следовательно, чтобы уменьшить сумму на 8 р., надо заменить 4 трехрублевые купюры на 4 однорублевых: $(7 \cdot 3$ р.$) + (4 \cdot 1$ р.$) = 25$ р.

Чтобы найти все возможные решения, составим систему уравнений:

$$x + y + z = 11,$$
$$x + 3y + 5z = 25,$$

где x, y, z — количество одно-, трех- и пятирублевых купюр.

Вычтя первое уравнение из второго, получим $2y + 4z = 14$, или $y + 2z = 7$. Из последнего уравнения видно, что для z возможны четыре значения — 0, 1, 2, 3. Им соответствуют четыре значения y — 7, 5, 3, 1 и четыре значения x — 4, 5, 6, 7. Таким образом, задача имеет четыре различных решения.

20. Задача не имеет решения. Сумма десяти купюр, каждая из которых нечетна, обязательно будет четной, следовательно, никогда не будет равна 25.

21. Содержимое левой руки Петя умножает на четное число, а содержимое правой — на нечетное. Первое из этих произведений всегда четное число. Поэтому сумма обоих произведений будет иметь ту же четность, что и второе произведение, которое в свою очередь будет иметь ту же четность, что и монета в правой руке.

Итак, если Петя назвал нечетный результат (неважно, какой именно), то в правой руке у него 15 к., а если четный,— то 10 к.

сгиб

дырка

Рис. 37

22. Нужно сложить лист вдвое, вырезать вдоль линии сгиба узкое отверстие, а затем сделать много прямолинейных разрезов так, как показано на рис. 37. Первый разрез делает «дырку», а остальные увеличивают длину «краев» этой дырки.

23. Чашка, выпитая каждой купчихой, учитывалась дважды — один раз как выпитая с одной подругой, второй — с другой. Если мы сложим все учтенные чашки, то получим удвоенную сумму выпитых чашек. Значит, нужно разделить эту сумму пополам. Ответ: 20 чашек.

24. Кошка заменяет 6 Мышек. Жучка заменяет $5 \cdot 6$ Мышек. Внучка заменяет $4 \cdot 5 \cdot 6$ Мышек. Бабка заменяет $3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6$ Мышек. Дедка заменяет $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6$ Мышек.

Итого потребуется: $(2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6) + (3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6) + (4 \cdot 5 \cdot 6) + (5 \cdot 6) + 6 + 1 = 1237$ Мышек.

25. КОМ + ПЬЮТ + ЕР = КОМПЬЮТЕР.

26. В зависимости от того, когда выпит яд, он может служить и ядом, и противоядием. Иванушка дал Кощею простой воды, поэтому яд № 10, выпитый Кощеем как противоядие, подействовал как яд.

Перед тем как выпить яд № 10, который дал Кощей, Иванушка выпил любой другой яд, поэтому Кощеев яд стал противоядием.

27. Из 9-ти заготовок можно на первом этапе получить 9 деталей а из оставшихся стружек сделать 3 заготовки, на втором этапе — 3 детали, а из оставшихся стружек сделать 1 заготовку, на третьем —

1 деталь и останутся стружки на $\frac{1}{3}$ заготовки. Итого из 9-ти заготовок можно сделать 13 деталей.

Из 14-ти заготовок получим: 1) 12 деталей, 2 заготовки и стружки на 4 заготовки; 2) 6 деталей и стружки на 2 заготовки; 3) 2 детали и стружки на $\frac{2}{3}$ заготовки. Итак, из 14-ти заготовок можно сделать 20 деталей.

Последний вопрос о 40 деталях решается подбором. Если 20 деталей мы получили из 14-ти заготовок, естественно предположить, что 40 деталей мы получим из 28-ми заготовок. Проверим это предположение.

Из 28-ми заготовок получим: 1) 27 деталей, 1 заготовку и стружки на 9 заготовок; 2) 9 деталей, 1 заготовку и стружки на 3 заготовки; 3) 3 детали, 1 заготовку и стружки на 1 заготовку; 4) 2 детали и стружки на $\frac{2}{3}$ заготовки. Всего 41 деталь и стружки на $\frac{2}{3}$ заготовки.

Мы получили много деталей, но не слишком. Проверим теперь, что будет, если взять 27 заготовок: 1) 27 деталей и стружки на 9 заготовок; 2) 9 деталей и стружки на 3 заготовки; 3) 3 детали и стружки на 1 заготовку; 4) 1 деталь и стружки на $\frac{1}{3}$ заготовки. Всего 40 деталей, что и требовалось.

Заметим, что всякий раз, когда мы из 3 заготовок вытачиваем 3 детали, а из стружек выплавляем 1 новую заготовку, у нас число заготовок уменьшается на 2, а число деталей увеличивается на 3, т. е. 2 заготовки как бы превращаются в 3 детали. И такое превращение возможно до тех пор, пока не останется только 1 или 2 заготовки.

Значит, если заготовок четное число, то мы все их, кроме последних 2, постепенно превратим в детали. А из последних 2 выточим еще 2 детали и останется стружек на $\frac{2}{3}$ заготовки, которые мы так и не сможем превратить в целую деталь (хотя по весу металла в них достаточно). Значит, из $(2n + 2)$ заготовок выйдет $(2n \cdot \frac{3}{2} + 2) = (3n + 2)$ детали.

Если же число заготовок будет нечетным, то все их, кроме одной, мы превратим в детали, и из этой последней заготовки

получим еще одну деталь и стружки на $\frac{1}{3}$ заготовки, т. е. из $(2n + 1)$ заготовки выйдет $(2n \cdot \frac{3}{2} + 1) = (3n + 1)$ деталь.

Отсюда, между прочим, следует, что, сколько бы мы ни взяли заготовок, число полученных из них деталей не может быть кратно 3.

28. Просуммируем все партии, сыгранные каждым игроком, т. е. каждое слагаемое — это число партий, а количество слагаемых — число игроков. Здесь каждая конкретная партия будет сосчитана дважды: один раз — как сыгранная первым игроком, а еще раз — вторым. Значит, такая сумма обязательно будет четной.

Однако если предположить, что число игроков, сыгравших нечетное количество партий, было нечетным, то эта сумма получится нечетной. Действительно, нечетных слагаемых нечетное число, поэтому сколько бы ни было четных слагаемых — общая сумма нечетна. Мы пришли к противоречию. Стало быть, наше предположение неверно.

29. Из условия задачи видно, что $A \cdot C = C$; тогда $A = 1$ и $B \cdot B = 10 + C$, где C — цифра. Последнее уравнение имеет единственное решение $B = 4$, $C = 6$. Значит, искомое число 144.

30. Киоскер сообразил, что, имея пачку в 100 конвертов, можно не отсчитывать 60 конвертов, а отсчитать только 40 — тогда в пачке останется 60 конвертов. То же и с 90 конвертами: достаточно убрать 10 конвертов из пачки.

31. Разместим внутри нашего квадрата маленькие квадратики, как показано на рис. 38. Попробуем найти количество таких квадратиков и длину стороны каждого, чтобы общая сумма их периметров была равна 1992.

Рис. 38

Обозначим число маленьких квадратиков вдоль стороны через N, а длину сторон маленьких квадратиков через A. Сумма периметров этих квадратиков будет равна $4N^2A$, а нам надо, чтобы эта сумма была равна 1992, т. е. $4N^2A = 1992$.

Поскольку вдоль большого квадрата размещается N квадратиков со стороной A, то $NA \approx 1$ и $NA < 1$. Значит, $4N > 1992$ и $4N \approx 1992$, т. е. $N \approx 498$. Взяв $N = 500$,

$A = 0{,}001992$, получим набор квадратиков, сумма периметров которых будет равна $0{,}001992 \cdot 4 \cdot 500 \cdot 500 = 1992$, что и требовалось.

32. После того как Змей Горыныч испортил ковер-самолет, Иван-царевич мог отрезать от этого ковра кусочек размером 1×4 и превратить его в ковер размером 8×12. Это значит, что после ухода Змея Горыныча ковер выглядел так, как показано на рис. 39.

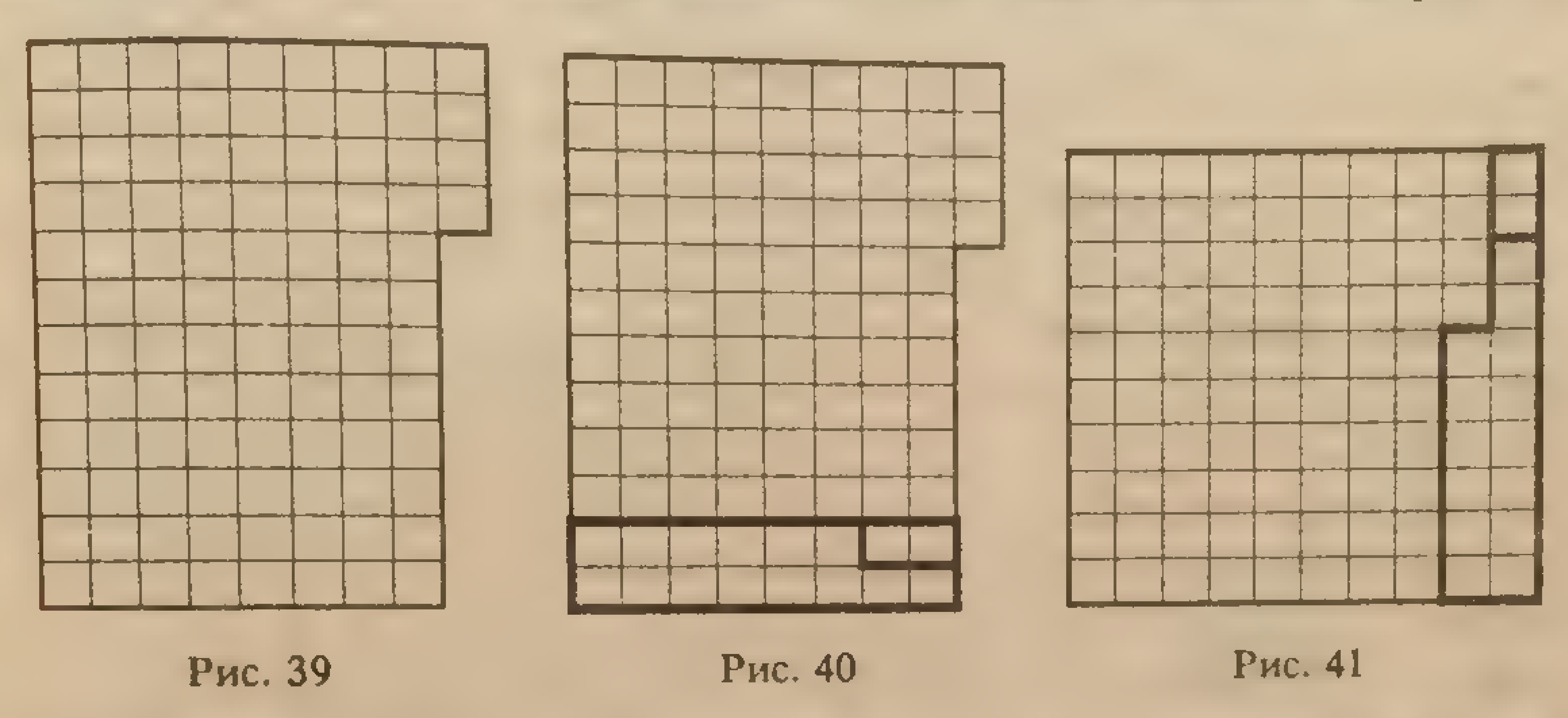


Рис. 39 Рис. 40 Рис. 41

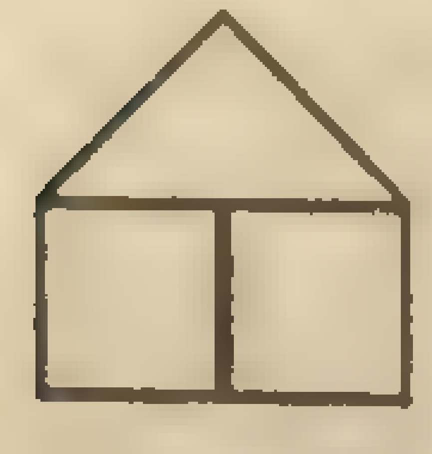
Василиса Премудрая разрезала этот ковер так, как показано на рис. 40, и сшила так, как показано на рис. 41.

33. Находим ту букву, от которой отходят только знаки «<». Она соответствует минимальной цифре. Определяем, что это буква К. Зачеркиваем и ее и все выходящие из нее знаки. Снова находим ту букву, от которой отходят только знаки «<». И так далее. В результате читаем слово КОМПЬЮТЕР.

34. Инвалиды заплатили за сапоги 23 талера, но Карл от них получил только 20, поскольку остальные 3 талера Ганс истратил на конфеты.

Ганс, сидя в чулане, складывал доход (23 талера) с расходом (3 талера). Эта сумма не имеет никакого смысла. Другое дело, если бы он вычислил разность дохода и расхода — тогда остался бы «чистый» доход, т. е. те самые 20 талеров, которые в итоге получил Карл.

35. Каждый гном берет из сундука 1 квадрат, а кладет 4 — т. е. добавляет 3 квадрата. Следовательно, после ухода Седьмого Гнома в сундуке должно лежать $1 + (3 \cdot 7) = 22$ квадрата.


Рис. 42

36. Здесь нарисованы цифры, написанные шрифтом почтовых индексов и симметрично отраженные относительно правой вертикальной границы сетки. Следующая фигурка «сделана» из цифры 6 (рис. 42).

37. Всего телефонных аппаратов 7, каждый соединен с шестью. Значит, соединений всего 7 · 6 = 42. А провод — это два соединения. Значит, всего понадобился 21 провод.

38. В гулливерском спичечном коробке должно помещаться 12 лилипутских коробков в ширину, 12 — в длину и 12 — в высоту. Всего 12 · 12 · 12 = 1728 коробков.

39. Путешественник должен распилить 3-е кольцо. Тогда он получит три звена: первое — из одного кольца, второе — из двух, 3-е — из четырех. В первый день путешественник даст хозяину гостиницы 1 кольцо. Во второй — даст 2 кольца, заберет 1. В третий — даст 1 кольцо. В четвертый — даст 4, заберет 2 и 1 кольцо. В пятый — даст 1 кольцо. В шестой — даст 2 кольца, заберет 1. В последний (седьмой) день даст 1 кольцо.

40. Расковываем 3 кольца из одного звена. Оставшиеся 4 звена соединяем тремя раскованными кольцами.

41. Первый палец — мизинец, а затем все время повторяется группа из восьми пальцев: безымянный, средний, указательный, большой, указательный, средний, безымянный, мизинец. Когда мы станем перечислять пальцы, первым будет мизинец, затем 248 раз повторится группа из восьми пальцев, а потом — последние семь. Седьмой палец в нашем списке — безымянный.


Рис. 43

43. Нет, нельзя, потому что каждая косточка домино должна покрыть одну белую и одну черную клетку, т. е. фигура, которую можно полностью покрыть косточками домино, должна содержать одинаковое количество белых и черных клеток.

Обратное, конечно же, неверно: далеко не любая фигура из одинакового количества белых и черных клеток может быть покрыта косточками домино. Один из самых простых примеров приведен на рис. 43.

44. В каждой семье обязательно есть девочка, так как если в семье есть мальчик, то у него, согласно отчету, должна быть и

сестра, а если мальчика в семье нет, должна быть девочка, поскольку бездетных семей нет. Это значит, что количество девочек не меньше количества семей. А поскольку мальчиков больше, чем девочек, то детей больше, чем удвоенное количество семей, т. е. чем число взрослых. Но в отчете было написано, что взрослых больше, чем детей. Значит, в отчете где-то есть ошибка.

48. Для удобства дальнейших рассуждений заменим все звездочки различными буквами, имея при этом в виду, что разным буквам может соответствовать одна и та же цифра. Буквы *З*, *Э* и *О* не будем при этом употреблять, чтобы не путать их с тройкой и нулем. Наш ребус примет вид, изображенный на рис. 44.

АБ	:	5	+	В	·	7	=	4Г
Д4	:	Е	−	4	·	Ж	=	И
КЛ	−	1	−	М	·	2	=	НП
Р3	−	С	+	ТУ	−	5	=	ФХ
ЦЧ	+	Ш	+	ЩЪ	+	ЫЬ	=	ЮЯ

Рис. 44

Значения некоторых букв можно сразу определить.

Ц = 4 (результаты в строках и столбцах с одинаковыми номерами равны между собой).

А = *Д* = *К* = *Р* = 1 (четыре двузначных числа в первом столбце в сумме дают 4*Ч*, это возможно только, если все эти четыре числа начинаются с 1).

Б = 0 или 5 (1*Б* делится на 5), но 5 оно равно быть не может, поскольку в этом случае сумма чисел первого столбца будет больше 50, следовательно, *Б* = 0.

Г = 2 или 9 (4*Г* — результат умножения на 7), но результат первого столбца явно больше 12, значит, *Г* = 9. Отсюда *Ч* = 9, *Л* = 2, *В* = 5.

Перепишем ребус, заменив цифрами расшифрованные значения букв (рис. 45).

Е = 2 или 7 (оно является делителем 14), но *Е* не может быть равно 7, поскольку в этом случае сумма цифр второго столбца будет больше, чем нужно, следовательно, *Е* = 2.

10	:	5	+	5	·	7	=	49
14	:	Е	−	4	·	Ж	=	И
12	−	1	−	М	·	2	=	НП
13	−	С	+	ТУ	−	5	=	ФХ
49	+	Ш	+	ЩЪ	+	ЫЬ	=	ЮЯ

Рис. 45

С = 0 или 1 (чтобы сумма чисел второго столбца была однозначным числом), но по условию ни одно из чисел не равно 0, значит,

10	:	5	+	5	·	7	=	49
14	:	2	−	4	·	3	=	9
12	−	1	−	1	·	2	=	20
13	−	1	+	10	−	5	=	17
49	+	9	+	20	+	17	=	95

Рис. 46

С = 1. Отсюда *Ш* = 9, *И* = 9, *Ж* = 3, *Ы* = 1, *Ь* = 7.

Ф = 1, *Х* = 7 (результат четвертой строки равен результату четвертого столбца). Отсюда *Т* = 1, *У* = 0.

Поскольку результат третьего столбца равен результату третьей строки, получаем 5 + 4 + *М* + 10 = (12 − 1 − *М*) · 2, откуда *М* = 1. А отсюда уже можно определить значения остальных букв: *Н* = 2, *П* = 0, *Щ* = 2, *Ъ* = 0, *Ю* = 9, *Я* = 5.

Окончательное решение приведено на рис. 46.

49. Если у нас 3 монеты, достаточно одного взвешивания. Кладем на каждую чашку весов по одной монете, при этом если одна из чашек легче, значит, фальшивая монета на ней. Если же весы в равновесии, то фальшивая монета та, которую не положили на весы.

Если у нас 4 монеты, то потребуется два взвешивания: при первом кладем на каждую чашку весов по 2 монеты, при втором берем те 2 монеты, которые оказались легче, и кладем их по одной на каждую чашку. Та монета, которая легче,— фальшивая.

Если у нас монет 9, снова потребуется два взвешивания. Делим монеты на три группы по 3 монеты и кладем две из этих троек на две чашки весов. Если весы в равновесии — рассматриваем те 3 монеты, которые мы не клали на весы. Если весы не в равновесии — рассматриваем те 3 монеты, которые легче. Теперь задача свелась к самой первой: «есть 3 монеты, одна из них фальшивая». Как мы уже знаем, в этом случае для определения фальшивой монеты требуется только одно взвешивание.

50. Если у нас 3 монеты, достаточно двух взвешиваний. Кладем на каждую чашку весов по одной монете. Если весы не в равновесии, значит, та монета, которая осталась,— настоящая. Кладем ее на весы с любой из остальных и сразу определяем, какая из них фальшивая. Если же весы в равновесии, значит, фальшивая монета та, которая осталась, и вторым взвешиванием можно даже определить, легче она или тяжелее, чем настоящие.

Если у нас 4 монеты, опять достаточно двух взвешиваний. Разделим наши монеты на две кучки по 2 монеты и положим одну из кучек на весы — по монете на каждую чашку. Если весы в равновесии, то обе монеты на них настоящие. Если весы не в равновесии, то обе монеты на столе настоящие. Итак, теперь мы знаем, в какой кучке лежит фальшивая монета. Положим на одну чашку весов монету из кучки, где обе настоящие, на вторую — монету из кучки, где фальшивая. Если при этом весы будут в равновесии, значит, фальшивая монета осталась на столе, а если не в равновесии, значит, мы положили ее на весы (в этом случае мы даже узнаем, легче она или тяжелее).

Если у нас монет 9, потребуется три взвешивания. Делим монеты на три кучки по 3 монеты и кладем две из этих троек на две чашки весов. Если весы в равновесии — в оставшейся кучке находится фальшивая монета, и за два взвешивания (как это показано в случае 1 настоящей задачи) мы определим фальшивую монету. Итак, всего нам понадобится три взвешивания. Пусть теперь весы не будут в равновесии, значит, одна из кучек на весах — с фальшивой монетой, а в той кучке, которая осталась, только настоящие. Кладем на весы эту кучку и любую из первых двух. Так мы найдем не просто кучку с фальшивой монетой, но и сразу определим, легче эта монета или тяжелее настоящих. Мы проделали два взвешивания, но зато теперь уже только одним взвешиванием (как показано в случае 1 задачи 49) можем определить фальшивую монету. Итак, всего нам понадобится три взвешивания.

51. Возьмем из первого мешка 1 монету, из второго — 2, из третьего — 3 ... из последнего — 10 монет. Всего будет $1 + 2 + 3 + {} + \ldots + 10 = 45$ монет. Взвесим их. Если бы все они были настоящие, они весили бы $(45 \cdot 20) = 900$ г, но в нашем случае будут весить меньше. Если фальшивая монета одна — будет не хватать 5 г, если две — 10 г ... если десять фальшивых монет — будет не хватать 50 г.

Таким образом, зная, сколько не хватает до 900 г, мы сразу определим число фальшивых монет. А число фальшивых монет в свою очередь покажет нам номер мешка, в котором они лежат.

52. Каждый шахматист сыграл по 5 партий (по одной партии с каждым участником турнира, естественно, кроме себя). Но сказать, что эти шесть шахматистов сыграли между собой 30

партий (т. е. каждый из шести шахматистов по 5), будет неверно, потому что тогда каждую партию мы сосчитаем дважды: во-первых, как партию, сыгранную первым партнером, а во-вторых — вторым. Так что всего было сыграно $(6 \cdot 5) : 2 = 15$ партий.

Интересно, что как бы ни сыграл каждый конкретный участник турнира, общая сумма очков будет постоянной, поскольку она зависит только от количества игр. В каждой игре в сумме набирается одно очко (либо $1 + 0$; либо $0{,}5 + 0{,}5$; либо $0 + 1$). Таким образом, всего в 15-ти партиях будет набрано 15 очков.

53. Для удобства перечислим все условия: а) каждый игрок сыграл с остальными по одной партии и все набрали разное количество очков; б) занявший 1-е место не сделал ни одной ничьей; в) занявший 2-е место не проиграл ни одной партии; г) занявший 4-е место не выиграл ни одной партии.

	1	2	3	4	5
1		0		1	
2	1				
3					
4	0				
5					

Рис. 47

Из условий б) и в) следует, что партия между первым и вторым игроками закончилась победой второго. А из условий б) и г) следует, что партия между первым и четвертым закончилась победой первого. Можно заполнить часть турнирной таблицы (рис. 47).

Из этой таблицы видно, что первый игрок не может набрать больше 3 очков. А это значит, что второй игрок не может набрать больше, чем 2,5 очка. Но он не может набрать и меньше, чем 2,5 очка, поскольку за каждую из партий с третьим, четвертым и пятым игроками он должен набрать не менее 0,5 очка. Все это возможно только в случае, когда эти три игры (2 — 3, 2 — 4, 2 — 5) закончились с ничейным результатом.

	1	2	3	4	5
1		0	1	1	1
2	1		0,5	0,5	0,5
3	0	0,5			
4	0	0,5			
5	0	0,5			

Рис. 48

Итак, второй игрок набрал 2,5 очка. Отсюда следует, что первый игрок набрал 3 очка, т. е. выиграл

все партии, кроме партии со вторым игроком. Заполним еще часть таблицы (рис. 48).

Третий игрок не может набрать больше 2 очков (так как второй набрал 2,5), но он не может набрать и меньше 2 очков, поскольку даже если третий наберет 1,5 очка, четвертый — 1 очко и пятый — 0,5 очка, все равно в сумме очков будет набрано слишком мало. Поскольку всего должно быть набрано 10 очков (см. решение задачи 52), а первые два игрока набрали 5,5 очка, то оставшиеся три игрока должны в сумме набрать 4,5 очка. Значит, третий игрок набрал 2 очка.

Если третий набрал 2 очка, то на долю четвертого и пятого остается 2,5 очка. Это возможно только в том случае, когда четвертый набрал 1,5 очка, а пятый — 1 очко.

Третий игрок набрал в двух играх 1,5 очка (т. е. всего он набрал 2 очка, а в играх со вторым и первым — в сумме 0,5 очка). Это возможно, только если в одной из этих игр он набрал 1 очко, а в другой — 0,5.

Пятый игрок в двух играх набрал 0,5 очка. Это возможно, только если в одной игре он набрал 0,5 очка, а в другой — 0.

Что же касается четвертого игрока, то он должен в двух играх набрать 1 очко, т. е. либо 1 и 0, либо 0,5 и 0,5. Но ведь, согласно условию, четвертый игрок не выиграл ни одной партии, значит, случай «1 и 0» невозможен.

Итак, за две игры третий игрок набрал 1 и 0,5 очка; четвертый игрок — 0,5 и 0,5 очка; пятый игрок — 0,5 и 0 очков. Это возможно, только если третий выиграл у пятого, а все остальные игры закончились вничью. Теперь можно составить окончательную таблицу (рис. 49).

	1	2	3	4	5
1		0	1	1	1
2	1		0,5	0,5	0,5
3	0	0,5		0,5	1
4	0	0,5	0,5		0,5
5	0	0,5	0	0,5	

Рис. 49

54. Четыре последних игрока сыграли между собой 6 игр и набрали в этих играх 6 очков. Это значит, что второй игрок не может получить меньше 6 очков. Но он не может набрать и больше 6 очков, потому что тогда будет нарушено условие, что все набрали разное число очков. Если у второго 6,5 очка, значит, у первого

не может быть 6,5. Однако у него не может быть и 7 очков, так как это означало бы, что первый игрок выиграл у всех, в том числе и у второго. Но тогда второй получит меньше, чем 6,5 очка.

Итак, второй игрок набрал ровно 6 очков. Это в свою очередь означает, что последние четыре игрока все очки набрали в играх между собой, следовательно, любой из последних четырех игроков проиграл каждому из первых четырех. А это уже означает, что игра между третьим и седьмым игроками закончилась победой третьего.

55. Нет, нельзя. Чтобы обойти все клетки шахматной доски, надо сделать 63 хода. После каждого нечетного хода конь находится в белой клетке, после каждого четного — в черной. Значит, на 63-м ходу конь обязательно придет в белую клетку. Но клетка *h*8 — черная, следовательно, после последнего хода в этой клетке конь оказаться не может.

A1	·	BC	=	DF0
6G	:	H7	=	K
LM	+	NP	=	20
Q2	−	R	=	S
TUV	+	WX	=	1YZ

Рис. 50

56. Для удобства дальнейших рассуждений заменим все звездочки различными буквами, имея при этом в виду, что разным буквам может соответствовать одна и та же цифра. Букву *O* при этом употреблять не будем, чтобы не путать ее с нулем. Наш ребус примет вид рис. 50.

Значения некоторых букв можно сразу определить:

$C = 0$ (при других значениях C результат первой строки не может оканчиваться на 0);

$D = 1$ (иначе результат третьего столбца не может начинаться с 1);

$A = B = 1$ (если $A > 1$ *или* $B > 1$, то D не может равняться 1);

$F = 1$ (определяем, зная A, B, C);

$L = N = 1$; $M = P = 0$ (при других значениях любой из этих букв равенство в третьей строке невозможно);

$Q = 1$ (иначе равенство в четвертой строке не будет выполняться);

$T = 1$ (иначе не будет выполняться равенство в пятой строке).

Для удобства перепишем наш ребус, заменив цифрами те буквы, значения которых мы определили (рис. 51).

11	·	10	=	110
6G	:	H7	=	K
10	+	10	=	20
12	−	R	=	S
1UV	+	WX	=	1YZ

Рис. 51

Далее: $G = 7$, 8 или 9 (иначе результат первого столбца будет меньше 100). $G = 8$ (вторая строка: из чисел 67, 68, 69 только 68 делится на число, оканчивающееся на 7). Отсюда $H = 1$, $K = 4$, $U = 0$, $V = 1$.

11	·	10	=	110
68	:	17	=	4
10	+	10	=	20
12	−	4	=	8
101	+	41	=	142

Рис. 52

Если в равенстве пятой строки числа WX и $1YZ$ заменить суммами чисел второго и третьего столбцов, получим $101 + (10 + 17 + 10 + R) = (110 + 4 + 20 + S)$, или $S = R + 4$. Но $S + R = 12$ (четвертая строка). Следовательно, $R = 4$, $S = 8$; отсюда $W = 4$, $X = 1$, $Y = 4$, $Z = 2$.

Окончательный результат приведен на рис. 52.

57. Из расположения звездочек в ребусе на рис. 53 можно сразу заключить, что вторая и четвертая цифры частного — нули.

```
• • • • • • •|• •
• • •         • • 8 • •
---
    • •
    • •
    ---
     • • •
     • • •
     -----
         0
```

Рис. 53

```
1 0 8 9 7 0 8|1 2
1 0 8         9 0 8 0 9
-----
      9 7
      9 6
      ---
      1 0 8
      1 0 8
      -----
          0
```

Рис. 54

Делитель при умножении на 8 дает двузначное число, а при умножении на первую и пятую цифры частного — трехзначное, значит, первая и последняя цифры частного — 9, а все частное — 90 809.

Найдем делитель. Это такое двузначное число, которое при умножении на 8 дает двузначное число, а при умножении на 9 — уже трехзначное. Отсюда легко заключить, что делитель равен 12.

Зная делитель и частное, восстанавливаем делимое, а затем и весь пример (рис. 54).

58. Надо взять зернышко из того мешка, на котором написано «Смесь». В нем не может оказаться смесь, значит, в нем лежат именно те зерна, которые мы оттуда достанем.

Пусть для определенности в этом мешке лежит мак. (Это предположение делается также и для удобства изложения; впрочем,

в качестве упражнения попробуйте повторить все рассуждения для случая, когда в мешке с надписью «Смесь» лежит просо.)

Итак, в мешке с надписью «Смесь» лежит мак. Это значит, что в мешке с надписью «Мак» может лежать только просо (если бы там лежала смесь, то в мешке с надписью «Просо» лежало бы просо, что невозможно). Отсюда сразу следует, что в мешке с надписью «Просо» лежит смесь.

59. Стандартное неверное решение: «Каждый из шести чемоданов пытаемся открыть каждым из шести ключей, всего попыток $6 \cdot 6 = 36$». Можно найти соответствие между ключами и чемоданами за меньшее число попыток.

Берем первый ключ и по очереди пытаемся открыть им чемоданы. Если один из чемоданов открылся — прекрасно, отставляем в сторону этот чемодан с этим ключом. Если же среди первых 5-ти чемоданов ни один не открылся, то значит этот ключ непременно соответствует шестому чемодану. Что произошло? Мы использовали не более пяти попыток; у нас осталось 5 ключей и 5 чемоданов.

Снова берем один ключ и открываем все чемоданы подряд. Для того чтобы определить, какому чемодану соответствует этот ключ, нужно четыре попытки. Берем следующий ключ и т. д. Всего понадобится $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$ попыток. А если бы чемоданов было 10, число попыток было бы $9 + 8 + \ldots + 2 + 1 = 45$.

60. Из условия задачи следует, что Мудрых Сов и Усатых Тараканов — двое, а Говорящих Котов и Усатых Тараканов — тоже двое. Это выполняется в двух случаях: либо Тараканов — 2, Котов и Сов — 0, либо и Котов, и Сов, и Тараканов — по одному. Первый случай не годится, так как в условии сказано, что и Совы, и Коты *живут* в избушке. Значит, у Бабы Яги поселились Говорящий Кот, Мудрая Сова и Усатый Таракан — всего трое.

61. Поскольку все требования завещателя выполнить невозможно, придется выполнять только часть из них. В зависимости от того, какую именно часть мы выполним, получим тот или иной ответ. Вариантов много. Например: 1) из первого условия завещания следует, что сын должен получить $\frac{2}{3}$ состояния, а из второго — что дочь должна получить в два раза меньше матери; 2) из первого условия завещания следует, что доля матери в 2 раза меньше доли

сына, а из второго — что эта доля в 2 раза больше доли дочери; 3) в каждом из условий доля матери не меньше $\frac{1}{3}$, при этом доля сына в 4 раза больше доли дочери. Можно предложить и другие варианты.

Эта задача возникла из практики. Такой случай действительно произошел в Древнем Риме. Там суд разделил наследство так, как предложено во втором варианте: отдал сыну $\frac{4}{7}$ состояния, матери — $\frac{2}{7}$, дочери — $\frac{1}{7}$, т. е. 120 талантов сыну, 60 — матери, 30 — дочери.

62. Это действительно можно сделать, причем довольно быстро. Перевернем первые три монеты. Тогда первые две монеты будут лежать вверх орлом, а последние три — вверх решкой. Теперь переворачиваем последние три монеты и все пять монет лежат вверх орлом.

63. Шахматная доска из 25-ти клеток содержит либо 12 белых клеток и 13 черных, либо наоборот — 13 белых клеток и 12 черных. Для того чтобы каждая шашка переместилась на соседнюю клетку, необходимо, чтобы все шашки, которые стояли на белых клетках, встали на черные, и наоборот. Но, поскольку количество белых и черных клеток неодинаково, сделать это невозможно.

64. Если самый большой солдатик из маленьких и самый маленький из больших стоят на одной горизонтали или одной вертикали, очевидно, что самый большой из маленьких будет ниже, чем самый маленький из больших.

Пусть теперь они стоят на разных горизонталях и на разных вертикалях. Найдем того солдатика, который стоит на одной горизонтали с самым маленьким из больших и на одной вертикали с самым большим из маленьких. Этот солдатик будет ниже, чем самый маленький из больших, и выше, чем самый большой из маленьких.

Заметим, что один и тот же солдатик может одновременно быть и самым большим из маленьких и самым маленьким из больших. Это произойдет, например, тогда, когда 8 самых маленьких солдатиков будут поставлены в верхний горизонтальный ряд, а оставшиеся (64 – 8) солдатиков произвольно расставлены в остальных 56 клетках.

Таким образом, самый большой солдатик из маленьких будет не выше (т. е. ниже, или такой же), чем самый маленький солдатик из больших.

65. Нет, нельзя. Если каждый из 77-ми телефонов соединен ровно с 15-ю, то «концов» проводов будет 77 · 15. Это нечетное число, но число «концов» должно быть четным, поскольку каждый провод имеет два конца.

5	0	1	0	3	1	2	5
4	4	5	2	4	6	2	3
2	5	6	0	1	3	0	2
5	1	2	0	4	0	4	3
5	4	5	1	6	3	2	3
0	1	0	2	1	5	6	6
6	1	3	6	4	6	3	4

Рис. 55

66. Все подобные задачи решаются одинаково. Используются обычные свойства косточек домино. Например, в наборе домино обязательно встречается косточка с парой любых чисел от 0 до 6, причем ни одна такая пара не повторяется дважды. Косточки домино не могут расположиться на нечетном числе клеток и т. д.

Поскольку варианты предложены в порядке возрастания трудности, рассмотрим подробные решения только для первого — в силу его наглядности и для последнего — в силу его сложности.

Вариант 1 (рис. 55):

1) Места всех дублей в этой раскладке определяются однозначно. Отметим их. Отсюда однозначно определяется местоположение косточек 5 - 0, 5 - 3, 0 - 2, 3 - 4, 0 - 6, 2 - 5. Отметим теперь, что если где-нибудь перечисленные пары цифр и стоят рядом, то они не могут образовывать косточки. Полученная позиция изображена на рис. 56.

5	0	1	0	3	1	2	5
4	4	5	2	4	6	2	3
2	5	6	0	1	3	0	2
5	1	2	0	4	0	4	3
5	4	5	1	6	3	2	3
0	1	0	2	1	5	6	6
6	1	3	6	4	6	3	4

Рис. 56

2) Отсюда однозначно определяется местоположение косточек 2 - 4 и 0 - 3. Отметив, что эти косточки не могут находиться на других местах, получим расположение косточек 1 - 0, 5 - 6, 1 - 2, 4 - 5, 3 - 1, 6 - 3, 1 - 4, 0 - 4, 3 - 2 (позиция на рис. 57).

5	0	1	0	3	1	2	5
4	4	5	2	4	6	2	3
2	5	6	0	1	3	0	2
5	1	2	0	4	0	4	3
5	4	5	1	6	3	2	3
0	1	0	2	1	5	6	6
6	1	3	6	4	6	3	4

Рис. 57

3) И снова обратим внимание на то, что, если где-нибудь перечисленные пары цифр и стоят рядом, они не могут образовывать косточки. Отсюда уже можно однозначно восстановить всю раскладку (рис. 58).

Вариант 4 (рис. 59):

1) Единственная косточка, расположение которой можно определить однозначно, это 4 - 2 (нигде больше 4 и 2 не стоят рядом).

5	0	1	0	3	1	2	5
4	4	5	2	4	6	2	3
2	5	6	0	1	3	0	2
5	1	2	0	4	0	4	3
5	4	5	1	6	3	2	3
0	1	0	2	1	5	6	6
6	1	3	6	4	6	3	4

Рис. 58

0	1	2	5	1	4	5	6
0	1	2	5	1	4	5	6
5	2	6	3	3	0	4	1
5	2	6	3	3	0	4	1
3	3	4	4	2	2	3	3
4	6	0	0	6	6	0	2
4	6	1	1	5	5	0	2

Рис. 59

0	1	2	5	1	4	5	6
0	1	2	5	1	4	5	6
5	2	6	3	3	0	4	1
5	2	6	3	3	0	4	1
3	3	4	4	2	2	3	3
4	6	0	0	6	6	0	2
4	6	1	1	5	5	0	2

Рис. 60

2) Во второй строке не может находиться косточка 0 - 1 (иначе получим две одинаковые косточки 0 - 1 в первой и второй строках). По тем же соображениям во второй строке не может находиться косточка 5 - 6, а в шестой — косточки 4 - 6 и 0 - 2. Отметим это (рис. 60).

3) В первой строке не может лежать косточка 1 - 2 (иначе цифра 1, стоящая на пересечении второй строки и второго столбца, будет образовывать еще одну косточку 1 - 2). По аналогии, в первой строке не может лежать косточка 4 - 5.

4) Аналогично тому, как это уже делалось в пункте 2, определим, что косточки 2 - 5 и 1 - 4 не могут лежать во второй строке. Отметим это (рис. 61).

5) Теперь очевидно, что косточка 1 - 1 не может стоять во втором столбце (иначе негде расположить косточку 1 - 2). По аналогии, 5 - 5 не может находиться в седьмом столбце (иначе нет места для косточки 4 - 5). Отсюда можно однозначно восстановить расположение косточек 0 - 1, 0 - 5, 5 - 6 и 6 - 1. Отметив, что в других местах эти косточки располагаться не могут, получим однозначную возможность расположить косточки 1 - 1 и 5 - 5. Отметим, что иное

0	1	2	5	1	4	5	6
0	1	2	5	1	4	5	6
5	2	6	3	3	0	4	1
5	2	6	3	3	0	4	1
3	3	4	4	2	2	3	3
4	6	0	0	6	6	0	2
4	6	1	1	5	5	0	2

Рис. 61

0	1	2	5	1	4	5	6
0	1	2	5	1	4	5	6
5	2	6	3	3	0	4	1
5	2	6	3	3	0	4	1
3	3	4	4	2	2	3	3
4	6	0	0	6	6	0	2
4	6	1	1	5	5	0	2

Рис. 62

0	1	2	5	1	4	5	6
0	1	2	5	1	4	5	6
5	2	6	3	3	0	4	1
5	2	6	3	3	0	4	1
3	3	4	4	2	2	3	3
4	6	0	0	6	6	0	2
4	6	1	1	5	5	0	2

Рис. 63

0	1	2	5	1	4	5	6
0	1	2	5	1	4	5	6
5	2	6	3	3	0	4	1
5	2	6	3	3	0	4	1
3	3	4	4	2	2	3	3
4	6	0	0	6	6	0	2
4	6	1	1	5	5	0	2

Рис. 64

их расположение невозможно. Таким образом получаем расположение косточек, изображенное на рис. 62.

6) 0 и 6 трижды встречаются рядом, и все три раза — в шестой строке. Однако только та пара, которая лежит точно под косточкой 4 - 2, может образовывать косточку 0 - 6 (в противном случае получим две косточки 0 - 6). Отсюда однозначно определяется положение косточек 4 - 0 и 2 - 6. Отметим невозможность расположения этих косточек в других местах (рис. 63).

7) Обратим внимание на то, что ни в третьей, ни в четвертой строках не могут находиться косточки 6 - 3 и 3 - 0; отсюда определяем расположение косточек 6 - 6 и 0 - 0. Далее, косточка 3 - 3 не может находиться ни в третьей строке, ни в четвертом или пятом столбцах. Отсюда определяем расположение косточек 3 - 3, 5 - 3 и 1 - 3. Отметив, что эти косточки нигде в других местах располагаться не могут, получим однозначное расположение всех косточек домино (рис. 64).

67. Как бы мы ни срывали плоды, число бананов на яблоне всегда будет нечетным. Действительно, если мы сорвем 2 банана — вырастет апельсин, т. е. число бананов уменьшится на четное число и останется опять нечетным. (Напомним, что вначале было 15 бананов.) Если же мы сорвем только банан (с апельсином ли, или без апельсина — все равно), то вырастет снова банан, т. е. число бананов даже не изменится. А отсюда следует вот что: раз нам точно известно, что плод остался только один, то это — банан. Другое дело, что здесь мы не обсуждаем вопрос, возможно ли, чтобы остался ровно один плод.

Для того чтобы на яблоне остался только один плод, можно сорвать 7 раз по 2 банана — останется банан и 27 апельсинов, после этого 27 раз сорвать по банану и апельсину — останется только один банан.

Из предыдущих рассуждений уже видно, что как бы мы ни срывали плоды, на яблоне всегда останется хотя бы один банан.

68. Иван-царевич может срубить Змею Горынычу все головы и все хвосты за 9 ударов. Первыми тремя ударами он срубит по одному хвосту за каждый удар — останутся 3 головы и 6 хвостов. Вторыми тремя ударами он срубит по 2 хвоста за каждый удар — останется 6 голов. Последними тремя ударами он срубит по 2 головы за каждый удар — ничего не останется.

Давайте подумаем, может ли Иван-царевич победить Змея Горыныча нанеся меньше или больше, чем 9 ударов.

При большем количестве ударов конечно же может. Пока есть хотя бы одна голова, Иван-царевич может сколько угодно раз отрубать Змею одну голову. Вид Змея при этом не изменится, а число ударов может быть любым.

А вот ударив меньше, чем 9 раз, убить Змея невозможно. Последним ударом Иван-царевич должен срубить две головы (это единственный удар, после которого ничего не вырастает). Значит, нужно действовать так, чтобы добавить нечетное число голов (три головы у Змея уже есть, а всего их должно быть четное число). Голову можно получить, срубая два хвоста. Значит, надо сделать так, чтобы общее число хвостов было четно и при делении на 2 давало нечетное число, т. е. как минимум у Змея должно быть 6 хвостов. Три хвоста уже есть — надо добавить еще 3. Единственная

возможность добавить хвост — отрубить 1 хвост — тогда вырастет 2. Значит, надо 3 раза отрубать по 1 хвосту. Всего хвостов станет 6. Затем еще тремя ударами отрубить по 2 хвоста. Хвостов не останется, но прибавятся 3 головы. А всего голов станет 6. Последними тремя ударами отрубаем по 2 головы.

Следовательно, предложенный нами способ, действительно, самый короткий. Другое дело, что порядок действий можно изменять. Например, сначала отрубить 2 головы, потом — 2 хвоста, потом — снова 2 головы и т. д.

69. Третий игрок выбил $(60+80):2=70$ очков. Каждый следующий тоже выбивал по 70 очков: если в группу чисел добавить число, равное среднему арифметическому этой группы, то среднее арифметическое новой группы будет равно среднему арифметическому начальной группы.

$$\begin{array}{r} \times \begin{array}{r} A\ E\ B \\ C\ D \end{array} \\ \hline + \begin{array}{r} I\ F\ U\ G \\ Y\ H\ K\ \end{array} \\ \hline L\ M\ N\ P\ R \end{array}$$

Рис. 65

70. Для удобства дальнейших рассуждений заменим все четные числа гласными буквами, а нечетные — согласными, имея при этом в виду, что разным буквам может соответствовать одна и та же цифра. Букву O не будем при этом употреблять, чтобы не путать ее с нулем. Наш ребус примет вид как на рис. 65.

В дальнейшем будем пользоваться четностью гласных букв и нечетностью согласных, не оговаривая этого специально.

$C>1$ (при $C=1$ числа AEB и YHK равнялись бы между собой, а это невозможно, так как в одном вторая цифра четная, в другом — нечетная).

$C=3$, $A=2$ (при $C>3$ или $A>2$ произведение $AEB \cdot C$ будет четырехзначным числом).

$I=2$ (при $A=2$, I не может быть больше 2).

Отсюда следует, что $D=9$ (при меньшем значении D выражение $AEB \cdot D$ будет меньше 2100, а $IFUG>2100$, поскольку F соответствует нечетному числу, значит, не равна 0).

$Y=8$ (иначе все произведение не будет пятизначным числом).

$E=8$ (если $E<8$, то $YHK<810$).

$F=5$ (при изменении B от 1 до 9 число $IFUG$ будет меняться от 2529 до 2601), отсюда следует, что $B<9$.

$H = 5$ (при изменении B от 1 до 7 число $УНК$ будет меняться от 843 до 861).

$K = 5$ (иначе число $85K$ не будет делиться на 3).

Теперь можно восстановить весь пример (рис. 66).

$$\begin{array}{r} 285 \\ \times \quad 39 \\ \hline 2565 \\ + \; 855 \\ \hline 11115 \end{array}$$

Рис. 66

71. Для удобства изложения повторим все условия задачи: 1) красная фигура — между синей и зеленой; 2) справа от желтой фигуры — ромб; 3) круг — правее и треугольника и ромба; 4) треугольник — не с краю; 5) синяя и желтая фигуры — не рядом.

Поскольку красная фигура лежит между синей и зеленой (условие 1), а желтая — не рядом с синей (условие 5), то возможны только два варианта расположения фигур по цвету: «синяя, красная, зеленая, желтая» или «желтая, зеленая, красная, синяя». Первый из приведенных вариантов не верен, поскольку по условию 2 желтая фигура не может лежать на правом крае. Остается только одна возможность расположения фигур по цветам: «желтая, зеленая, красная, синяя».

Из условия 2 сразу же определяется, что ромб — зеленый. Отсюда и из условия 4 следует, что треугольник — красный. В свою очередь отсюда и из условия 3 следует, что круг — синий. Значит, прямоугольник может быть только желтым. Окончательный ответ: желтый прямоугольник, зеленый ромб, красный треугольник, синий квадрат.

72. Достаточно показать, что количество вертикально лежащих косточек четно.

Рассмотрим верхний горизонтальный ряд: в нем «начинаются» несколько вертикально лежащих косточек. Их число может быть только четным, потому что количество клеток ряда четно (равно 8), а клеток, не занятых вертикальными косточками, тоже должно быть четно, чтобы в этих клетках смогли разместиться горизонтальные косточки. Таким образом, в первом ряду «начинается» (т. е. находится в первом и втором ряду) четное число вертикальных косточек.

Рассмотрим теперь второй ряд, причем не весь, а только те его клетки, в которых «заканчиваются» вертикально стоящие косточки

домино, «начинавшиеся» в первом ряду. Число таких косточек четно. Следовательно, мы можем повторить наши рассуждения для второго ряда и заключить, что и в нем тоже «начинается» четное число вертикально лежащих косточек.

Аналогично поступим со всеми остальными рядами и определим, что во всех рядах «начинается» четное число вертикально лежащих косточек. Значит, и общее число таких косточек четно. Следовательно, и число горизонтальных косточек тоже четно.

	a	*a*	*a*	*b*	*b*	*c*	*c*
d	*d*	*e*	*e*	*e*	*e*	*c*	*c*
d	*d*	*a*	*a*	*c*	*c*	*f*	*f*
g	*g*	*g*	*g*	*b*	*b*	*f*	*f*
e	*e*	*f*	*f*	*g*	*g*	*d*	*d*
f	*f*	*a*	*a*	*e*	*e*	*b*	*b*
d	*d*	*c*	*c*	*g*	*g*	*a*	

Рис. 67

73. Рассмотрим рис. 67.

1) Поскольку на рис. 67 не хватает дубля b - b, значит, $b = 0$.

2) По виду последней строки ясно, что a — четное число: все буквы, кроме a, встречаются по два раза, а сумма чисел в строке четная (равна 24), т. е. $a = 2$, 4 или 6.

3) Из вида первой строки следует, что $a \neq 2$ (при $a = 2$ будет $c = 9$, что невозможно). Поэтому возможны всего два варианта: $a = 6$, $c = 3$ или $a = 4$, $c = 6$.

4) Рассмотрим третью строку. Если $c = 6$, $a = 4$, то $d + f = 2$, что невозможно. Отсюда получаем единственные возможные значения a и c: $a = 6$, $c = 3$.

5) Из той же третьей строки находим, что $d + f = 3$, т. е. либо $d = 1$, $f = 2$, либо $d = 2$, $f = 1$.

6) Рассмотрим вторую строку, подставив в нее $c = 3$. Получим: $2d + 4e = 18$. При $d = 2$ получаем $e = 3{,}5$, что невозможно. При $d = 1$ получаем $e = 4$, $f = 2$. Значит, $g = 5$ (просто все другие значения уже заняты).

7) Проверяем, действительно ли при найденных значениях переменных сумма чисел во всех строках равна 24. Убедившись, что это так, можем записать: $a = 6$, $b = 0$, $c = 3$, $d = 1$, $e = 4$, $f = 2$, $g = 5$. Окончательное расположение косточек домино показано на рис. 68.

	6	6	6	0	0	3	3
1	1	4	4	4	4	3	3
1	1	6	6	3	3	2	2
5	5	5	5	0	0	2	2
4	4	2	2	5	5	1	1
2	2	6	6	4	4	0	0
1	1	3	3	5	5	6	

Рис. 68

74. Наше условие, по существу, означает, что 20 черных коров и 15 рыжих дают за день столько же молока, сколько 12 черных и 20 рыжих. А это значит, что 8 черных коров дают молока столько же, сколько 5 рыжих. Отсюда заключаем, что у рыжих коров удои больше.

75. Самая высокая из девочек — Люся Егорова и по условию она катается с мальчиком, который выше ее. Таких мальчиков двое, но один из них ее брат. Значит, Люся Егорова катается с Юрой Воробьевым. Рассуждая аналогично, устанавливаем, что Оля Петрова катается с Андреем Егоровым, Инна Крымова — с Сережей Петровым, а Аня Воробьева — с Димой Крымовым.

76. Поскольку один из рядов таблицы заполнен, то можно определить сумму ряда — она равна 38. Теперь можно расставить числа во многих клетках (рис. 69). Осталось 7 пустых клеток, в которых должны быть расположены числа 4, 5, 6, 8, 13, 14, 15.

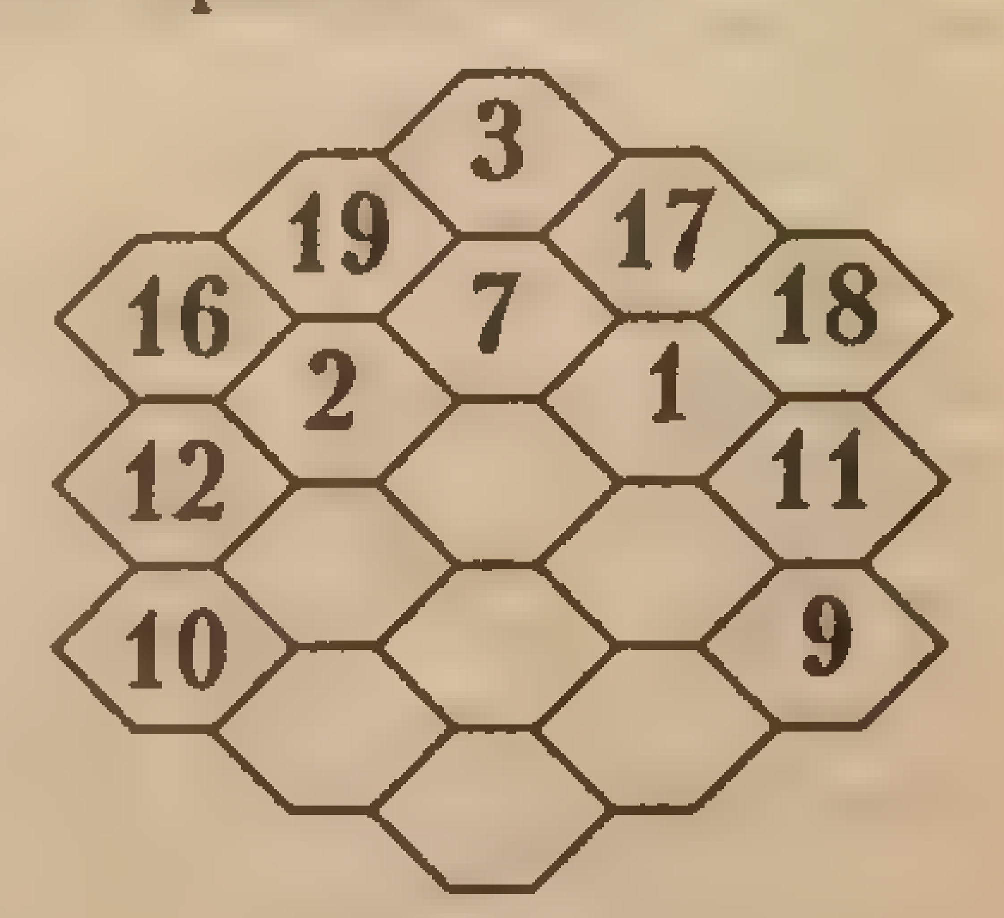


Рис. 69

Рассмотрим диагональ, на которой расположены числа 10, 1, 18. Две пустые клетки на ней должны занимать два числа с суммой 9. Это могут быть только 4 и 5. Теперь рассмотрим ту диагональ, на которой расположены числа 16, 2, 9. Две пустые клетки на ней должны занимать два числа с суммой 11. Это могут быть только 5 и 6. Значит, в центре стоит 5, а вторые числа на диагоналях — соответственно 4 и 6. Теперь уже можно однозначно заполнить всю таблицу (рис. 70).



Рис. 70

77. Можно сначала удвоить число, потом зачеркнуть последнюю цифру, а можно наоборот — сначала зачеркнуть последнюю цифру, а потом удвоить число. На значение первой цифры результата это почти не влияет. Поэтому можно, например, удваивать число до тех пор, пока первая цифра результата не станет равна 7; зачеркнуть все цифры, кроме первой; удвоить ее. Получим: 458, 916, 1832, 3664, 7328, 732, 73, 7, 14.

78. Равенство не может быть верным, потому что одной из букв обязательно должна соответствовать цифра 7 и тогда та часть

равенства, в которую входит эта буква, будет делиться на 7, а вторая часть равенства — не будет. Значит, они не могут быть равны. Это рассуждение справедливо и для цифры 5.

79. Общее количество собранных грибов равно произведению числа ребят на число грибов в каждой корзинке. Представим число 289 в виде произведения двух сомножителей. Это можно сделать двумя способами: $289 = 1 \cdot 289$ либо $289 = 17 \cdot 17$.

Случаи «1 ребенок» или «1 гриб» не годятся, так как по условию и грибов и детей было много. Значит, остается единственный вариант — в лес ходили 17 детей, каждый из которых принес 17 грибов.

80. Когда из книги выпадает часть, первая из выпавших страниц имеет нечетный номер, а последняя — четный (каждая страница нумеруется с двух сторон, и на ее нумерацию требуются два числа). Значит, последняя цифра последнего номера страницы — 8, т. е. номер страницы либо 378, либо 738; но 378 не может быть, поскольку $378 < 387$ (последняя страница не может иметь номер меньше, чем первая). Следовательно, остается единственная возможность — номер последней страницы 738. Это значит, что из книги выпало $(738 - 386) : 2 = 176$ листов. (Пополам надо делить потому, что лист нумеруется с двух сторон.)

81. Соединим оба заданных условия и получим следующее утверждение: «В первом и втором ящиках орехов на 6 кг + 10 кг меньше, чем в первом, втором и двух третьих». Отсюда следует, что в двух третьих ящиках 16 кг орехов, т. е. в третьем ящике 8 кг орехов.

82. Можно поступить, например, так: поставим на одну чашку весов гирю весом 1 кг и уравновесим весы крупой из мешка. Теперь снимем с весов эту гирю и вместо нее насыпем крупу. Когда этой крупы станет ровно 1 кг, весы окажутся в равновесии.

83. То, что в тетради записано 100 утверждений, каждые два из которых противоречат друг другу, означает, что если среди них и есть верные утверждения, то их не может быть более одного. Посмотрим, может ли здесь быть хотя бы одно верное утверждение. Если верно ровно одно утверждение, то ровно девяносто девять неверных. А такое утверждение в тетради есть: «В этой тетради

ровно девяносто девять неверных утверждений». Итак, в тетради записано ровно одно верное утверждение.

85. Обозначим через x число тестов в серии, а через A — количество очков, набранных Джоном за предыдущие тесты. На основании условия задачи можно составить следующую систему уравнений:

$$(A + 97) : x = 90,$$
$$(A + 73) : x = 87.$$

Решив эту систему относительно x, узнаем, что искомое количество тестов равно 8.

86. Сумма цифр числа M не может быть больше, чем $1992 \times \times 9 = 17\,928$, и кроме того, она должна делиться на 9, т. е. A — число, состоящее не более, чем из пяти знаков (разумеется, оно может состоять из меньшего числа знаков, например, при $M = 90...0$ число A будет однозначным). Но если A содержит не более пяти знаков, то B не может быть больше 45 и при этом должно делиться на 9. Сумма цифр всех таких чисел равна 9. Следовательно, $C = 9$ при любом возможном значении M.

87. Путь в оба конца на автобусе занимает 30 мин, следовательно, путь в один конец на автобусе займет 15 мин. На дорогу в один конец пешком понадобится 1,5 ч − 15 мин, т. е. 1 ч 15 мин. Значит, на дорогу пешком в оба конца Аня тратит 2,5 ч.

88. Если в будущем году Коле исполнится 13 лет, значит, в нынешнем ему 12, а в прошлом году было 11 лет. Но поскольку позавчера Коле было 10, то единственный день, когда ему могло успеть исполниться 11 (в прошлом году) — это вчера, а именно 31 декабря. Значит, сегодня 1 января, и 31 декабря этого года Коле исполнится 12 лет, а в будущем году — 13.

89. Рассмотрим шесть самых маленьких натуральных чисел: 1, 2, ..., 6. Их сумма равна 21. Значит, наше исходное равенство будет достигаться, если любое из чисел мы увеличим на 1. Но если мы увеличим одно из чисел от 1 до 5, то среди наших чисел окажется два равных. Это значит, что надо увеличить последнее число, т. е. вместо 6 взять 7. В результате получаем искомый набор — 1, 2, 3, 4, 5, 7.

90. У любого числа M всегда есть делители 1 и M. Если у M есть делитель m, то есть и делитель $\frac{M}{m}$. Значит, чтобы число M имело три различных делителя, необходимо выполнение условий: $m = \frac{M}{m}$ (т. е. $M = m^2$) и m — простое число. Отсюда следует, что ровно по три различных делителя имеют квадраты простых чисел.

92. Сразу напрашивающийся ответ «за 2 р. 50 к.» — неверен. Обозначим через a первоначальную стоимость конфет 1-го сорта. Тогда общая выручка за несмешанные конфеты 1-го и 2-го сорта составляла бы $2a$ рублей. При этом конфет 1-го сорта у купца было бы $\frac{a}{3}$ фунта, а конфет 2-го сорта $\frac{a}{2}$ фунта. Таким образом, за смесь, состоящую из $\frac{a}{3} + \frac{a}{2}$ фунта, он должен выручить $2a$ рублей.

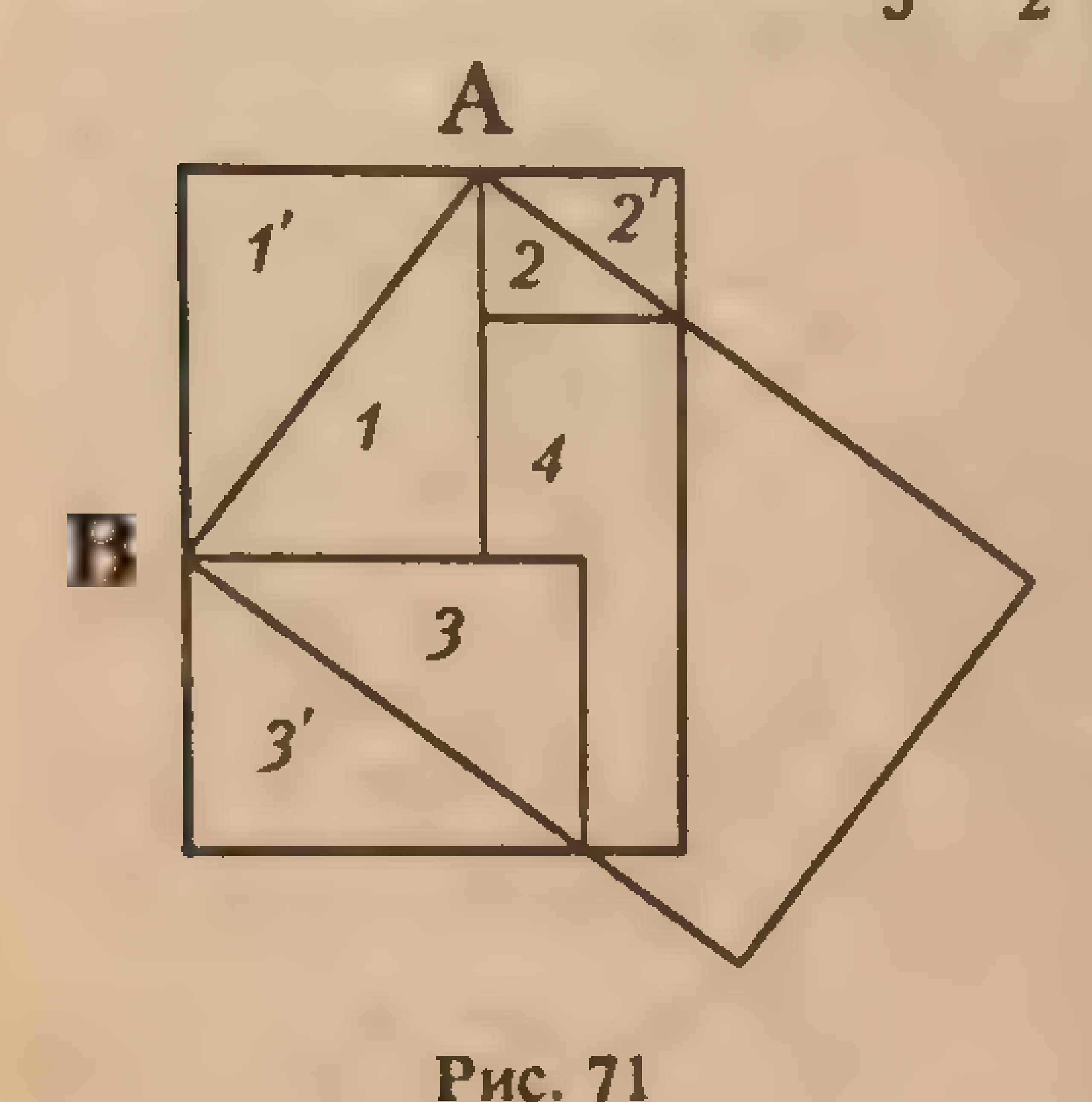


Рис. 71

Значит, цена смеси конфет должна быть равна $\frac{2a}{\frac{a}{3} + \frac{a}{2}}$ рублей.

Проведя несложные арифметические действия, определим, что смесь конфет надо продавать по 2 р. 40 к. (а не по 2 р. 50 к.) за фунт.

93. Площадь открытых участков $1'$, $2'$ и $3'$ равна площади закрытых участков *1*, *2* и *3* (рис. 71). Значит, закрытая часть листка больше открытой на площадь закрытого участка *4*.

94. С поляны улетели 5 ворон, а остались — 30. Поскольку при этом на березе их стало в два раза больше, чем на ольхе, значит, на березе оказалось 20 ворон, а на ольхе — 10. Но до этого на ольху с березы перелетели 5 ворон, следовательно, сначала на ольхе было 5 ворон. А с березы 5 ворон улетели на ольху и 5 ворон улетели совсем, т. е. на березе было 30 ворон.

96. Перепишем условия задачи:

КУВШИН = БУТЫЛКА + СТАКАН
ДВА КУВШИНА = СЕМЬ СТАКАНОВ
БУТЫЛКА = ЧАШКА + ДВА СТАКАНА
БУТЫЛКА = Сколько ЧАШЕК?

Из 1-й и 3-й строк следует, что емкость кувшина равна емкости чашки и трех стаканов. Сравнивая это равенство со 2-й строкой, получим, что в стакане содержится две чашки. Учитывая теперь 3-ю строку, определяем, что емкость бутылки составляет пять чашек.

97. Для расшифровки этого отрывка можно воспользоваться методом, которым пользовался Шерлок Холмс, расшифровывая «пляшущих человечков».

1) В Алисиной записи буква *а* встречается 4 раза, *е* — 24, *и* — 11, *й* — 3, *о* — 8, *у* — 2, *ы* — 1, *э* — 3, *ю* — 1, *я* — 0. Отсюда, следуя методу Шерлока Холмса, можно предположить, что *е* — это *О*, *и* — это *А*. Значит, *о* — это *Е*, *а* — это *И*. Заменив эти буквы в тексте, получим:

«— бОрпА э йдОмгЕквзы бАбОЕ-жИкйпч
звОлО,— збАсАв фАвмАу-кОвмАу
пОлОвчжО дгЕсгИмЕвчжО,— ОжО ОсжАьАЕм
мОвчбО мО, ьмО э цОьй, ьмОкю ОжО
ОсжАьАвО,— жИ кОвчфЕ, жИ тЕжчфЕ».

Здесь для удобства разгаданные буквы показаны заглавными, а зашифрованные строчными.

2) Из слова *бАбОЕ* первой строки сразу видно, что *б* — это *К*, а *к* — это *Б*.

3) Слово *ОжО* в третьей и четвертой строках может быть только *ОНО*, *ОБО* или *ОКО*, при всех других значениях «*ж*» получаем бессмысленный набор букв. Но *К* и *Б* мы уже определили, так что единственная возможность для *ж* — это *Н*.

4) Заменим текст с учетом полученных пар *Б* — *К* и *Ж* — *Н*:

«— КОрпА э йдОмгЕБвзы КАКОЕ-НИБйпч
звОлО,— зКАсАв фАвмАу-БОвмАу
пОлОвчНО дгЕсгИмЕвчНО,— ОНО ОсНАьАЕм
мОвчКО мО, ьмО э цОьй, ьмОБю ОНО
ОсНАьАвО,— НИ БОвчфЕ, НИ тЕНчфЕ».

5) Из последнего слова первой строки определяем сразу три пары букв *Й* — *У*, *П* — *Д*, *Ч* — *Ь*.

6) Слово *мО* в четвертой строке может означать только *ДО*, *НО*, *ПО* или *ТО*. Но для букв *Д*, *Н*, *П* уже определены пары, значит, *м* может быть только *Т*.

7) Снова заменим текст с учетом пар *Й — У*, *П — Д*, *Ч — Ь*, *М — Т*.

«— КОрДА э УПОТгЕБвэы КАКОЕ-НИБУДЬ
звОлО,— зКАсАв фАвТАЙ-БОвТАЙ
ДОлОвЬНО ПгЕсгИТЕвЬНО,— ОНО ОсНАЧАЕТ
ТОвЬКО ТО, ЧТО э цОЧУ, ЧТОБю ОНО
ОсНАЧАвО,— НИ БОвЬфЕ, НИ МЕНЬфЕ».

8) Из первого слова первой строки сразу определяется пара *Р — Г*.

9) Из первого слова четвертой строки — пара *В — Л*.

10) Из последнего замечания с учетом первого слова второй строки получаем пару *З — С*.

11) Подставив пары *Р — Г*, *В — Л* и *С — З* в текст, получаем:

«— КОГДА э УПОТРЕБЛэы КАКОЕ-НИБУДЬ
СЛОВО,— СКАЗАЛ фАЛТАЙ-БОЛТАЙ
ДОВОЛЬНО ПРЕЗРИТЕЛЬНО,— ОНО ОЗНАЧАЕТ
ТОЛЬКО ТО, ЧТО э цОЧУ, ЧТОБю ОНО
ОЗНАЧАЛО,— НИ БОЛЬфЕ, НИ МЕНЬфЕ».

12) Из этого текста уже совсем легко определяются пары *Э — Я*, *Ы — Ю*, *Ф — Ш*, *Ц — Х*, а весь текст полностью выглядит так:

«— КОГДА Я УПОТРЕБЛЯЮ КАКОЕ-НИБУДЬ
СЛОВО,— СКАЗАЛ ШАЛТАЙ-БОЛТАЙ
ДОВОЛЬНО ПРЕЗРИТЕЛЬНО,— ОНО ОЗНАЧАЕТ
ТОЛЬКО ТО, ЧТО Я ХОЧУ, ЧТОБЫ ОНО
ОЗНАЧАЛО,— НИ БОЛЬШЕ, НИ МЕНЬШЕ».

98. Поскольку нас интересуют только последние цифры результатов, то достаточно определить, каковы последние цифры у чисел 9^{1989}, 9^{1992}, 2^{1989} и 2^{1992}.

1) Число 9 при возведении в степень дает два варианта последних цифр — 9 (если степень нечетная) и 1 (если степень четная). Это значит, что 9^{1989} имеет последнюю цифру 9, а 9^{1992}— цифру 1.

2) Число 2 при возведении в степень может давать следующие последние цифры: 2, 4, 8, 6. Если показатель степени при делении на 4 дает остаток 1 — последняя цифра будет 2; если остаток 2 — последняя цифра будет 4; остаток 3 — последняя цифра 8; без остатка — последняя цифра 6. Это значит, что 2^{1989} имеет последнюю цифру 2, а 2^{1992} — цифру 6.

99. Известный польский математик Д. Пойа в таких случаях предлагал смотреть на условие задачи до тех пор, пока решение само не придет в голову.

Последовав этому методу и присмотревшись к напечатанному условию задачи, можно заметить, что в зашифрованной фразе и фразе, предшествовавшей ей, все гласные буквы совпадают, а согласные — распределены по парам и каждая буква из пары заменяет другую из той же пары. Это значит, что здесь зашифрована первая фраза условия задачи.

100. Положим в первую кучку две гирьки массой 101 г и 1 г, а во вторую — 100 г и 2 г; затем в первую две гирьки — 99 г и 3 г, а во вторую — 98 г и 4 г. Так будем действовать, пока не положим во вторую кучку гирьки в 84 г и 18 г. К этому моменту в каждой кучке будет лежать по 18 гирек. Теперь положим в первую кучку две гирьки массой 83 г и 20 г, а во вторую — 84 г и 21 г. Так будем продолжать до тех пор, пока во вторую кучку не придется положить последнюю пару гирек массой 52 г и 51 г.

101. На вторую половину пути турист потратил ровно столько времени, сколько он потратил бы, если бы весь путь шел пешком. Так что он не сэкономил время, а наоборот, истратил его на столько больше, сколько заняла поездка на машине.

102. Первый мальчик проехал на велосипеде полдороги, слез с него и дальше пошел пешком. А второй мальчик первую половину пути прошел пешком, затем дошел до велосипеда, сел на него и поехал. Таким образом они и сэкономили время.

103. Обозначим через s отрезок пути, который пассажир проехал от того момента, как проснулся, до конца. Тогда путь, который пассажир проспал, составит $2s$. Всего же от момента, как пассажир заснул, он проехал путь $2s + s = 3s$. Но известно, что это — половина всего пути. Значит, длина всего пути $6s$. Поскольку же бодрствующим пассажир проехал путь $4s$, то по отношению ко всему пути эта часть составит $\frac{4s}{6s} = \frac{2}{3}$.

104. Туристы могут действовать так: 1) два с меньшим весом садятся в лодку и переправляются на противоположный берег; 2) один из них пригоняет лодку обратно; 3) наиболее тяжелый турист садится в лодку и переправляется; 4) второй легкий садится

в лодку и пригоняет ее назад; 5) два легких садятся в лодку и окончательно переправляются на нужную сторону.

105. Поскольку номер одного и того же вагона в субботу был меньше числа, а в понедельник равен ему, то очевидно, что суббота и понедельник принадлежат разным месяцам, т. е. понедельник — первое или второе число, а номер вагона — 1 или 2. Но номер вагона не может быть равен 1, поскольку номер места меньше номера вагона. Значит, Саша ехал в вагоне № 2 на месте № 1.

106. Всего между 300 и 700 заключено 399 чисел, причем четных на 1 меньше, чем нечетных. Значит, нечетных чисел 200.

107. Поскольку 3 удара часы отбивают в течение 12 с, интервал между двумя последовательными ударами составляет 6 с. От первого удара до второго — 6 с и от второго до третьего — тоже 6 с. Шесть же ударов раздаются с 5-ю интервалами. Следовательно, 6 ударов часы пробьют за $5 \cdot 6 = 30$ с.

109. Если половина от половины (т. е. четверть) данного числа равна 0,5, то само число равно $0,5 \cdot 4 = 2$.

110. В одном кубическом километре миллиард кубических метров (1000 в длину, 1000 в ширину и 1000 в высоту). Если все их выложить в ряд, то получится полоса длиной в миллиард метров, т. е. в миллион километров.

111. Ошибаются и Иван, и Прохор. На каждого едока пришлось по 4 лепешки, следовательно, Иван съел все свои лепешки сам, а Прохор половину своих лепешек отдал охотнику. Это означает, что все 60 к. должен получить Прохор.

112. Ключ показывает, какие именно стрелки отходят из того места, где стоит буква, которую мы должны выбрать. В результате прочитывается слово КОМПЬЮТЕР.

113. Поскольку общий объем жидкости в стакане не изменился, значит, сколько из него вылили чая, ровно столько же добавили сливок. Следовательно, чая в кувшине со сливками оказалось ровно столько же, сколько сливок в стакане чая.

114. Поскольку во дворце султана 4 наружных стены, по длине каждой из которых располагаются 10 комнат, и 18 внутренних перегородок (9 продольных и 9 поперечных) каждая также длиной

10 комнат, можно определить число окон $(10 \cdot 4 = 40)$ и дверей $(10 \cdot 18 = 180)$.

115. 1) В первом кружке стрелку надо, безусловно, поставить на букву Б — ибо на остальные буквы (Ъ и Ь) ни одно слово не начинается.

2) Во втором кружке стрелку надо поставить на букву А, так как из всех букв всех кружков — это единственная гласная, а слов без гласных в русском языке не бывает.

3) Таким образом, найдены первые две буквы слова — БА. Для подбора двух последних букв существует 9 возможностей: каждой из трех букв на 3-е место соответствуют три возможные буквы на 4-е место. Перебрав все эти возможности, получим единственное осмысленное слово — БАНК.

116. Поскольку на всю поездку (туда и обратно) «Москвич» потратил на 20 мин меньше, то на путь только в одну сторону он потратил на 10 мин меньше. Значит, встреча «Москвича» с грузовиком состоялась за 10 мин до предполагавшегося по расписанию времени посадки самолета. Самолет же приземлился за 30 мин до встречи грузовика с «Москвичом», т. е. на 40 мин раньше установленного в расписании времени.

117. За один месяц ребята собрали денег в пять раз меньше, чем за пять месяцев, т. е. 9937 р. Эта сумма является произведением числа учеников на ежемесячный взнос каждого из них. Число 9937 может быть представлено в виде двух сомножителей только двумя способами: $9937 = 9937 \cdot 1 = 19 \cdot 523$. Но учеников не может быть ни 9937, ни 523, ни 1. Следовательно, единственный вариант ответа: 19 школьников ежемесячно вносили по 523 р.

118. Поскольку Митя не мог провести один и тот же день и в Смоленске и в Вологде, значит, месяц начинался во вторник (ведь иначе первый вторник и первый вторник после первого понедельника совпали бы). Аналогично заключаем, что и второй месяц должен начинаться во вторник. Это возможно только в случае, когда один месяц — февраль, а другой — март, причем год не високосный. Отсюда уже легко получить, что в Смоленске Митя был 1 февраля, в Вологде — 8 февраля, во Пскове — 1 марта, во Владимире — 8 марта.

119. На примере расшифровки названия первого города покажем способ рассуждений:

1) Первая буква либо *Б*(2), либо *У*(21).

2) Варианты для вторых букв: *БА*(21), *БК*(212), *УБ*(212), *УФА*(21221). Итак, возможный ответ — *УФА*, проверим, нет ли других.

3) Варианты для третьих букв: *БАБ*(212), *БАФА*(21221), *БКБА*(21221), *БКУ*(21221), *УБУ*(21221), *УББА*(21221)

4) Следующие варианты: *БАББА*, *БАБУ*.

Таким образом, мы выяснили, что поезд идет из Уфы, а куда — Вы сможете определить сами, рассуждая аналогично. При этом должно получиться название города *БАКУ*.

120. Если Петя вернется домой за ручкой, то на весь путь он потратит на $3 + 7 = 10$ мин больше, чем потратил бы, если бы не возвращался. Это значит, что путь от того места, где он вспомнил про ручку, до дома и обратно занимает 10 мин. Следовательно, Петя вспомнил про ручку в 5 мин ходьбы от дома, т. е. он прошел $\frac{1}{4}$ пути.

121. Если письма вынимают 5 раз в течение указанного времени, то интервалов будет 4, т. е. продолжительность одного интервала составит 3 часа.

122. Сколько бы ни стоили спички, общая сумма, которую должен заплатить Билл, должна делиться на 3: цена бутылки делится на 3, и цена шести коробков спичек тоже делится на 3, даже если цена одного коробка на 3 не делится. Бармен, однако, назвал общую сумму, не кратную 3. Значит, сумма была подсчитана неверно.

123. Представим себе, что между каждыми двумя друзьями протянута ниточка. Тогда каждый из 35 учеников будет держать в руке 11 концов ниточек, и значит, всего у протянутых ниточек будет $11 \cdot 35 = 385$ концов. Но общее число не может быть нечетным, так как у каждой ниточки 2 конца.

124. Общая сумма возрастов 11 игроков равна $11 \cdot 22 = 242$. После того как один игрок ушел, эта сумма стала $10 \cdot 21 = 210$. Вычислив разницу, получим, что ушедшему игроку было 32 года.

125. Три раза подряд через каждые полчаса по одному удару часы будут бить только в 12.30; 13.00; 13.30. Четвертый же раз один удар можно услышать, «захватив» последний из 12-ти ударов в 12.00. Таким образом, когда хозяин входил в кабинет, часы показывали 12.00.

126. «То» да «это», да половина «того» да «этого» — это полтора «того» да «этого», что в 2 раза больше трех четвертей «того» да «этого», т. е. составляет от них 200%.

127. Буратино может разделить свои монеты на три кучки по 7, 4, 4, или по 5, 5, 5, или по 3, 6, 6, или по 1, 7, 7 монет.

При первом взвешивании он положит на весы две кучки монет одинаковой величины. Если при этом весы оказались в равновесии, значит, все монеты на весах настоящие, а бракованная монета в оставшейся кучке. Тогда при втором взвешивании на одну чашку весов Буратино положит кучку с бракованной монетой, а на вторую — столько настоящих монет, сколько всего монет он положил на первую чашку, и тогда он сразу определит, легче фальшивая монета, чем настоящие, или тяжелее.

Если же при первом взвешивании весы оказались не в равновесии, значит, все монеты в оставшейся кучке настоящие. Тогда Буратино уберет с весов легкую кучку, а монеты из тяжелой кучки разделит на две равные части и положит на весы (если в кучке было 5 или 7 монет, предварительно добавит к ним одну настоящую монету). Если при втором взвешивании весы оказались в равновесии, значит, фальшивая монета легче настоящих, а если нет, то тяжелее.

128. Поскольку после каждой игры одна команда выбывает, то всего было сыграно 74 матча.

129. Чтобы получить очередное число, надо умножить предыдущее на 2 и вычесть порядковый номер предыдущего числа. Значит, ряд может быть продолжен числами 71, 136 и т. д.

130. Чтобы получить следующее число, надо умножить предыдущее на 2 и вычесть 1. Значит, недостающее число 17.

131. Каждое следующее число равно сумме двух предыдущих. Значит, недостающее число 17.

132. В банке может быть только квас, ибо из условия следует, что там не лимонад, не вода и не молоко. В чашке — лимонад, так как известно, что там не молоко, не вода и не квас. Поскольку

в стакане не молоко, не квас, не лимонад — значит, вода, а в кувшине — то, что осталось, т. е. молоко.

133. Конечно, верно. Наташа собрала грибов больше, чем Алеша, а Ира — не меньше, чем Витя.

134. Четыре мушкетера могут тремя различными способами разбиться на пары. Если мы заменим каждого мушкетера номером его места в соревновании, то пары эти будут выглядеть так: (1, 2) — (3, 4), (1, 3) — (2, 4), (1, 4) — (2, 3).

Понятно, что в первых двух случаях обязательно победят первые пары (в первом случае очень легко, во втором — труднее), а в третьем исход поединка может быть любым (в нашем случае это оказалась ничья).

Следовательно, 1-е и 2-е места заняли д'Артаньян и Портос, 1-е и 3-е — Портос и Атос, а 2-е и 4-е — д'Артаньян и Арамис. Отсюда уже сразу следует, что по силе мушкетеры распределяются так: Портос, д'Артаньян, Атос, Арамис. Причем это можно определить, даже не используя результат третьего поединка (Портос и Арамис против Атоса и д'Артаньяна).

135. Заметим следующее: кубик, стоящий в центре, соприкасается с шестью кубиками; кубики, стоящие в вершинах,— с двумя; а кубики, стоящие на сторонах треугольника,— с четырьмя. Отсюда сразу можно заключить, что при новой перекладке кубик из центра может попасть только в вершину, а в центр, наоборот,— только из вершины.

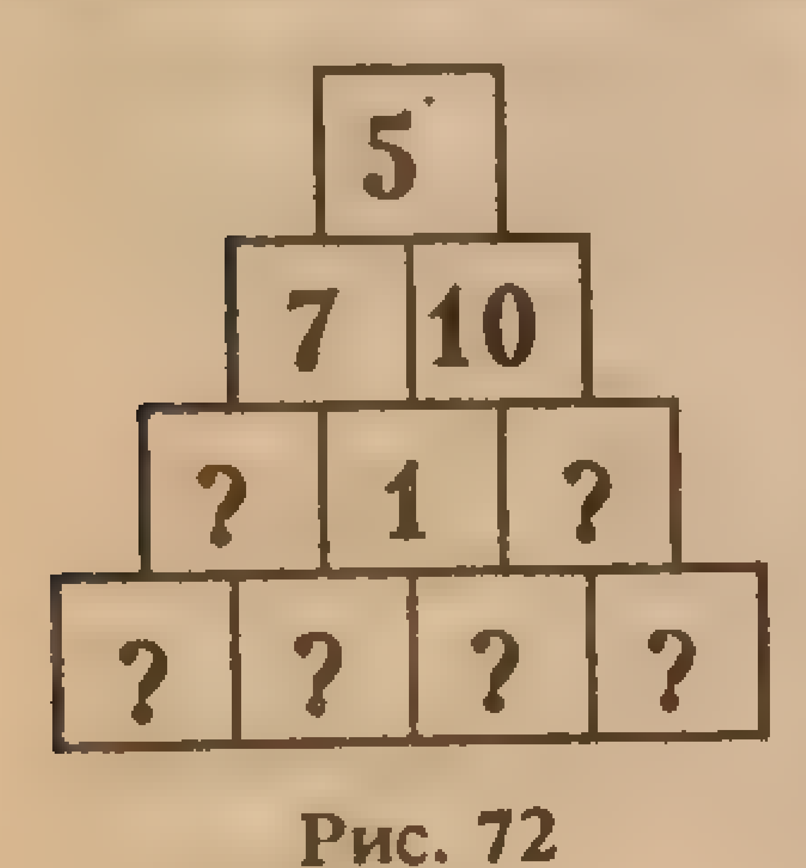


Рис. 72

Для определенности, пусть в центр попадет кубик 1, а кубик 5 — в верхнюю вершину. Тогда на место кубиков 2 и 3 могут лечь только кубики 7 и 10, поскольку остальные кубики уже соприкасались с кубиком 5 (рис. 72).

В нижние вершины должны лечь кубики 2 и 3. Расположение остальных кубиков определим перебором.

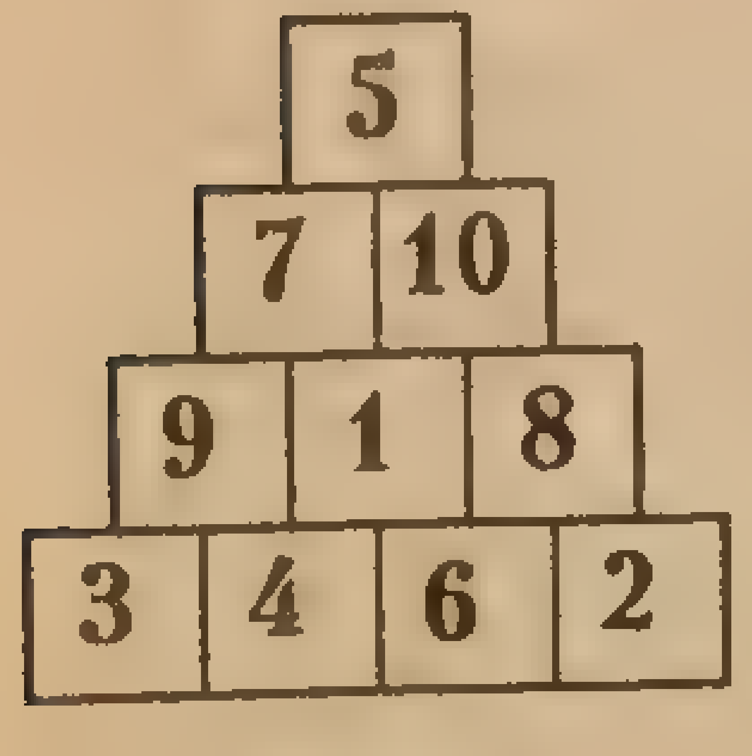


Рис. 73

Окончательный вариант показан на рис. 73.

Заметим, что уже имея одно решение, можно получить еще несколько. Во-первых, пирамиду можно поворачивать на 120°, что даст еще два

решения. Во-вторых, ее можно симметрично отражать относительно медианы верхней вершины — при этом число решений удваивается. Кроме того, напомним, что в самом начале в качестве центрального кубика мы взяли 1, хотя могли взять 1, 7 или 10, и это даст утроение общего количества ответов. Таким образом, из приведенного на рис. 73 решения можно получить еще 17.

136. Поскольку 10 воробьев склевывают больше 1100 зернышек, то 9 воробьев будут склевывать больше, чем $(1100:10)\cdot 9 = 990$ зернышек. При этом известно, что 9 воробьев склевывают меньше, чем 1001 зернышко. Единственное делящееся на 9 число в промежутке от 991 до 1000 — это 999. Значит 9 воробьев склевывают 999 зернышек, а 1 воробей — 111 зернышек.

137. Если цифру 2 в числе 102 передвинуть вверх, на место показателя степени, то исходное равенство примет вид $101 - 10^2 = 1$ и будет верным.

138. Это невозможно: ведь если нечетно произведение, значит, нечетны все четыре сомножителя. Но тогда сумма этих четырех сомножителей — четное число.

139. Каждый раз число добавляемых точек на 1 меньше, чем число тех, которые были. Значит, общее количество точек будет нечетным.

140. Определим сначала такие вопросы, на которые все, находящиеся в данный момент в стране *А*, ответят одинаково, а затем среди этих вопросов выберем такие, на которые в стране *Я* ответят тоже одинаково, но по-другому.

Итак, находясь в стране честных людей, Алиса должна задать такой вопрос, на который и честный местный житель, и приезжий лгун дали бы один и тот же ответ, например «да». Смысл в том, чтобы ответ «да» на этот вопрос был для местного правдой, а для приезжего лгуна — ложью. Иными словами, этот вопрос должен относиться к таким обстоятельствам вопрошаемого, которые верны лишь для местных жителей. Таких обстоятельств два: наличие честности и принадлежность к числу местных жителей. Поэтому и вопросов два: либо «Вы честный?», либо «Вы местный?». На любой из этих вопросов в стране *А* всегда ответят «да». Но на первый вопрос: «Вы честный?» и в стране *Я*, как и повсюду в

мире, тоже любой ответит «да». Поэтому первый вопрос Алисе не подойдет, а вот второй («Вы местный?») — годится: в стране *А* на него всегда ответят «да», а в стране *Я* — «нет».

141. Что бы Вы ни собирались зажечь — свечу, керосиновую лампу или печь — все равно, начать придется со спички.

142. Проверим, нет ли среди наших палочек пар одной длины и разного цвета. Если есть — отложим эти пары в сторону, если нет — выберем самую короткую палочку. Теперь возьмем любую палочку другого цвета и отпилим от нее палочку такой же длины, как первая. Две одинаковые по длине, но разные по цвету палочки отложим в сторону, а оставшийся после отпиливания кусочек приложим к оставшимся палочкам. Теперь их будет уже меньше, но при этом сумма длин красных палочек останется равной сумме длин синих. Повторив предыдущую операцию несколько раз, в конце концов распилим палочки на пары, в которых длины совпадают, а цвета отличаются, что и требуется.

Можно поступить по-другому. Сложим из синих палочек синюю палку общей длиной 30 см, а из красных — красную палку длиной 30 см. Теперь на синей палке сделаем разрезы в тех местах, в которых они есть на красной, а на красной палке — в тех местах, в которых они есть на синей. Тогда красная и синяя палки будут разрезаны на палочки попарно равной длины.

143. Поскольку скорость Толи составляет $\frac{9}{10}$ от скорости Сережи, то к моменту, когда финишировал Антон, Толя пробежал $\frac{9}{10}$ расстояния, преодоленного Сережей, т. е. $90 \cdot \frac{9}{10} = 81$ м. Значит, к этому моменту Толя отставал от Антона на $(100 - 81) = 19$ м.

144. У Вали туфли не синие (по условию) и не красные (красные — у Маши), следовательно, у Вали белые туфли; у Нади, таким образом, оставшиеся синие. Это в свою очередь означает, что у Нади — синее платье (по условию, цвета туфель и платья у Нади совпадают). Тогда у Вали — красное платье, а у Маши — белое (поскольку у них по условию туфли и платья разного цвета, причем не синего, так как все синее — на Наде). Итак: у Нади туфли и платье синего цвета; у Вали туфли белые, платье красное; у Маши туфли красные, платье белое.

145. Да, обязательно. Если бы монет каждого из четырех типов было не более 6-ти, то всего монет было бы не более $6 \cdot 4 = 24$, а их 25.

146. На нечетных местах расположена последовательность 10. 11, 12, 13..., а на четных местах — последовательность 8, 9, 10... Отсюда сразу видно, что двумя следующими числами должны быть 11 и 14.

147. Сумма двух чисел, стоящих у вершины и у противоположной стороны, равна сумме трех чисел, стоящих у трех вершин. Поскольку эта сумма неизменна, то и сумма числа, стоящего у вершины, и числа, стоящего у противоположной стороны, будет постоянна для любой вершины треугольника.

148. Как и в задаче 140, вопрос должен относиться к такому обстоятельству, которое верно по отношению к одному из мальчиков (например, Феде) и неверно по отношению к другому. Таких обстоятельств, по условиям задачи, два: имя и честность. Поэтому и вопросов в простейшем виде может быть два: «Ты всегда говоришь правду?» или: «Тебя зовут Федя?» При желании любой из этих вопросов можно усложнять до бесконечности, например: «Твой друг говорит правду?», или «Твоего друга зовут Федя?», или «Ты честнее твоего друга?» и т. п.

Любопытно сравнить вопросы: «Ты честнее Вадима?» и «Ты честнее Феди?» На первый из них мальчики ответят одинаково — «да», а на второй — по-разному, ибо Федя не может быть честнее самого себя и, как честный человек, признает это.

149. Второй ответ Ильи отличается от первого, значит, что-то изменилось. Вопрос не менялся. Что же могло измениться, кроме вопроса? Только ситуация, в которой этот вопрос был задан. Поскольку в условии задачи ничего не сказано ни о местности, ни о личности задававшего, ни о температуре воздуха и т. д., то к свойствам ситуации, в изменении которых можно убедиться, относятся, во-первых, число вопросов, уже заданных Илье, и, во-вторых, время. Стало быть, возможных вопросов два: «Сколько вопросов я тебе уже задавал?» и «Который час с точностью до секунды?»

Если же мы позволим себе пользоваться свойствами ситуации, не участвующими в условии задачи, то объяснений различия в ответах можно придумать сколько угодно. Например, один и тот

же вопрос: «Я — мужчина?» ему задали сначала папа, а потом — мама.

150. Да, любую. Если эта сумма кратна 3 (наименьшее возможное число 9), используем только 3-рублевые купюры. Если при делении на 3 она дает остаток 1 (наименьшее возможное число 10), то берем две 5-рублевые купюры, остальное доплачиваем 3-рублевыми. Если же при делении на 3 сумма дает остаток 2 (наименьшее возможное число 8), то берем одну 5-рублевую купюру, остальное доплачиваем 3-рублевыми.

151. Для удобства перечислим все условия: 1) матросу 20 лет; 2) в команде шесть человек; 3) рулевой вдвое старше юнги; 4) рулевой на 6 лет старше машиниста; 5) юнге и машинисту в сумме в два раза больше лет, чем боцману; 6) боцман на 4 года старше матроса; 7) средний возраст команды 28 лет.

Из условий 2 и 7 следует, что сумма возрастов всех членов команды $(28 \cdot 6) = 168$ лет. Из условий 1 и 6 следует, что боцману 24 года. Отсюда и из условия 5 следует, что юнге и машинисту вместе 48 лет. Отсюда и из условий 3 и 4 мы можем определить возраст юнги и машиниста:

$$Ю + М = 48,$$

$$2Ю = М + 6,$$

здесь $Ю$ — возраст юнги, $М$ — машиниста.

Решив эту систему уравнений, определим, что юнге 18 лет, а машинисту — 30. Отсюда и из условий 3 и 4 следует, что рулевому 36 лет.

Зная возраст пяти членов команды и сумму возрастов всех шестерых членов команды, можем определить возраст капитана: $К = 168 - (20 + 24 + 18 + 30 + 36) = 40$. Итак, капитану 40 лет.

152. Поскольку число школьников, получивших ту или иную оценку, всегда целое, то для решения задачи нам надо найти целое число, меньшее 50, одновременно делящееся на 7, 3, 2. Единственным возможным ответом является число 42. Это значит, что всего в классе 42 ученика; 6 из них получили пятерки; 14 — четверки; 21 — тройки. Следовательно, двойку получил 1 ученик.

153. Джо может, например, спросить: «Что бы Вы мне ответили вчера на вопрос, какой стул неисправен?» И независимо от того,

говорит ли сегодня стражник правду или ложь, ответ на это вопрос всегда будет неверным.

Интересно, что, если Джо в этом вопросе вместо слова «вчера» использует «позавчера», т. е. спросит: «Что бы Вы мне ответили позавчера на вопрос, какой стул неисправен?», ответ всегда будет правдивым, независимо от того, говорит ли стражник правду сегодня или говорил ее вчера.

155. Обозначим вес рюкзака — $Р$, вес чемодана — $Ч$, вес саквояжа — $С$, вес корзины — $К$. Тогда условия задачи можно записать в таком виде:

1) $Ч > Р$;
2) $С + Р > Ч + К$;
3) $К + С = Ч + Р$.

Из условий 1 и 2 следует, что $С > К$. Действительно, если бы выполнялось условие $К > С$, то с учетом этого и условия $Ч > Р$, получилось бы, что $К + Ч > С + Р$, а это противоречит условию 2. Из условий 2 и 3 следует, что $2С + Р + К > 2Ч + Р + К$, или $С > Ч$. Но, если $С > Ч$, то условие 3 может выполняться только при $Р > К$. Таким образом, нам известно, что $Ч > Р$, $С > К$, $С > Ч$, $Р > К$. Выполнение всех четырех неравенств возможно только в случае, когда $С > Ч > Р > К$. Следовательно, самой тяжелой вещью является саквояж, несколько легче чемодан, еще легче рюкзак, а самая легкая — корзина.

156. Поскольку мы меняем знаки каждый раз в восьми клетках, то произведение всех чисел в таблице не меняется. А раз в начале оно было равно −1, то +1 оно никогда быть не сможет.

157. Эта площадь равна 0. Подумайте, почему.

158. Произведение любой последовательности чисел, среди которых есть числа, оканчивающиеся на 5, будет заканчиваться либо на 0 (если в последовательности есть хотя бы одно четное число), либо на 5 (если все числа нечетны). У нас в обоих случаях отсутствуют четные числа, но есть числа, оканчивающиеся на 5, поэтому последней в обоих произведениях будет цифра 5.

159. Если мы спросим: «Что ответит твой брат на вопрос: «Ты Вася?» — то в ответ всегда услышим неправду, так как будет либо

ложно передан истинный ответ, либо истинно — ложный. Значит, Вася скажет «да», а Ваня — «нет».

160. После первого вычеркивания останутся лишь те цифры, первоначальные номера которых четны, после второго — те, чьи первоначальные номера делились на 4, после третьего — на 8 и т. д. Перед последним вычеркиванием останется цифра, первоначальный номер которой равен наибольшей возможной степени 2, т. е. равен 64. Это цифра 4.

161. Поскольку речь идет не о линейных размерах, а о площади, то и число людей надо уменьшить не в 1 000 000, а в $1\,000\,000^2$, т. е. в триллион раз.

162. Сначала постараемся понять, почему в стандартном наборе домино именно 28 косточек. Для этого нарисуем табличку из косточек (рис. 74).

0 0	0 1	0 2	0 3	0 4	0 5	0 6
1 0	1 1	1 2	1 3	1 4	1 5	1 6
2 0	2 1	2 2	2 3	2 4	2 5	2 6
3 0	3 1	3 2	3 3	3 4	3 5	3 6
4 0	4 1	4 2	4 3	4 4	4 5	4 6
5 0	5 1	5 2	5 3	5 4	5 5	5 6
6 0	6 1	6 2	6 3	6 4	6 5	6 6

Рис. 74

Здесь на каждой косточке первая цифра соответствует номеру ряда (начиная нумерацию с нуля), а вторая — номеру столбца, в котором эта косточка находится. Вдоль каждой стороны расположены семь косточек. Значит, всего их здесь 7 × 7 = 49. При этом все «дубли» встречаются по одному разу, а все «не дубли» — по 2 раза. «Дублей» всего 7 (от 0 - 0 до 6 - 6), следовательно, «не

дублей» в обычном домино $(49 - 7) : 2 = 21$. А всего косточек в наборе $7 + 21 = 28$.

Если все номера будут изменяться не от 0 до 6, а от 0 до 12, то «дублей» будет 13, рядов косточек в табличке — по 13 и общее число «не дублей» составит $(13 \cdot 13 - 13) : 2 = 78$. Всего же косточек, т. е. «не дублей» вместе с «дублями», будет $(78 + 13) = 91$.

163. У Володи сначала было в 3 раза больше орехов, чем у Павлика,— это следует из того, что, когда Павлик получил от Володи столько орехов, сколько у него уже было, у мальчиков стало их поровну. Итак, число орехов у Володи было кратно 3. Но после того, как он отдал часть орехов Павлику, число его орехов все равно осталось кратно 3 — иначе он не смог бы их разделить поровну между тремя белками. А это в свою очередь значит, что Володя отдал Павлику 3 ореха.

164. а) Рассмотрим произведение простых чисел от 2 до 11. Оно равно 2310. Теперь рассмотрим числа 2312 — 2321. Среди этих десяти чисел нет ни одного простого числа. Действительно, четные числа делятся на 2, числа 2313 и 2319 делятся на 3, 2315 делится на 5, 2317 — на 7, 2321 — на 11.

б) Непосредственной проверкой можно убедиться, что все числа от 2312 до 2332 — составные, а 2333 — простое. Значит, в интервале от 2325 до 2334 ровно одно простое число.

в) В интервале от 30 до 39 два простых числа.

г) В интервале от 22 до 31 три простых числа.

д) В интервале от 10 до 19 четыре простых числа.

е) В интервале от 2 до 11 пять простых чисел.

Среди десяти последовательных натуральных чисел (бо́льших 5) обязательно пять четных, а из нечетных одно кратно 5. Это значит, что среди десяти последовательных чисел простыми могут быть не более четырех чисел. В интервале от 2 до 11 простых чисел больше, потому что это единственный интервал, в котором числа, оканчивающиеся на 2 и 5,— простые.

165. В первый день Вася прочел $\frac{1}{2}$, во второй день $\frac{1}{3}$ от $(1 - \frac{1}{2})$, т. е. $\frac{1}{6}$. Следовательно, за первые 2 дня Вася прочел $(\frac{1}{2} + \frac{1}{6}) = \frac{2}{3}$ книги; значит, в третий день он прочел оставшуюся $\frac{1}{3}$ книги, т. е. успел за 3 дня прочесть всю книгу.

166. Обозначим число, задуманное Леней, через x. Тогда можно составить уравнение

$$((((x+5):3)\cdot 4)-6):7=2.$$

Перенеся последовательно все числа из левой части в правую, получим новое уравнение

$$x=((((2\cdot 7)+6):4)\cdot 3)-5,$$

из которого легко определяем, что $x=10$. Отсюда, кстати, видно, что для определения задуманного числа (которое мы обозначили через x) нужно с полученным Леней числом (т. е. с 2) проделать обратные действия в обратном порядке.

167. Возьмем монеты достоинством 1, 1, 3, 5, 10, 10, 20, 50 к. Покажем, как при помощи этих монет можно заплатить сумму от 1 до 10 к.: $1=1$; $2=1+1$; $3=3$; $4=3+1$; $5=5$; $6=5+1$; $7=5+1+1$; $8=5+3$; $9=5+3+1$; $10=5+3+1+1$. Теперь покажем, как заплатить 10, 20, ..., 90 к.: $10=10$; $20=20$; $30=20+10$; $40=20+10+10$; $50=50$; $60=50+10$; $70=50+20$; $80=50+20+10$; $90=50+20+10+10$.

Следовательно, располагая указанным набором монет, можно заплатить любую сумму от 1 к. до 100 к. Например, чтобы заплатить 78 к., надо отдельно использовать возможность заплатить 70 к. и 8 к.

168. Таких чисел девять: 19, 28, 37, ..., 91.

169. Первая цифра телефона равна количеству букв в фамилии, а три оставшихся — порядковым номерам в алфавите первой и последней букв фамилии. Отсюда следует, что телефон Огнева — 5163.

170. Делаем два взвешивания. Первое — на одной чашке весов монеты в 2 к. и 3 к., на другой — в 5 к. Второе — на одной чашке весов монеты в 1 к. и 2 к., на другой — в 3 к. При этом возможны четыре варианта.

1) Если вдруг все монеты небракованные — весы оба раза будут в равновесии.

2) Если бракованной окажется монета в 1 к.— при первом взвешивании весы будут в равновесии, при втором — нет.

3) Если бракованной окажется монета в 5 к.— второй раз весы будут в равновесии, первый раз — нет.

4) Если оба раза весы не будут в равновесии, то бракованной окажется монета либо в 2 к., либо в 3 к. Тогда результат первого взвешивания покажет нам, тяжелее или легче бракованная монета, чем настоящие, а результат второго взвешивания определит эту монету.

171. Отвешиваем 12 кг гвоздей и откладываем их в сторону. От оставшихся 12 кг отвешиваем 6 кг и откладываем их в другую сторону. От оставшихся 6 кг отвешиваем 3 кг и соединяем их с отложенными 6 кг. Получаем искомые 9 кг гвоздей.

172. Вес бидона равен разности между удвоенным весом бидона, наполненного до половины (т. е. вес содержимого + удвоенный вес бидона), и весом полного бидона (т. е. вес бидона + вес содержимого). Значит, вес бидона 1 кг.

173. Женя сможет определить цвет своей шапки, только если и на Леве и на Грише будут надеты белые шапки. Поскольку он не назвал цвет своей шапки, значит, на Леве и Грише либо обе шапки черные, либо — одна белая, другая черная. Если бы на Грише была белая шапка, то Лева, услышав ответ Жени, мог бы точно сказать, что на нем — черная. А раз он этого не сказал, значит, Гриша может быть уверен, что на нем надета черная шапка.

174. Из 100 л молока получится 15 кг сливок, а из 15 кг сливок — 4,5 кг масла.

175. Чисел, содержащих не более трех цифр,— 999 (от 1 до 999). Из них 99 содержат менее трех цифр, а остальные 999 – 99 = = 900 — ровно три цифры.

176. Разрежем квадрат по диагонали. Один из треугольников отложим в сторону. Теперь на какие бы треугольники мы не разрезали второй треугольник, условие задачи будет выполнено. Один из возможных вариантов приведен на рис. 75.

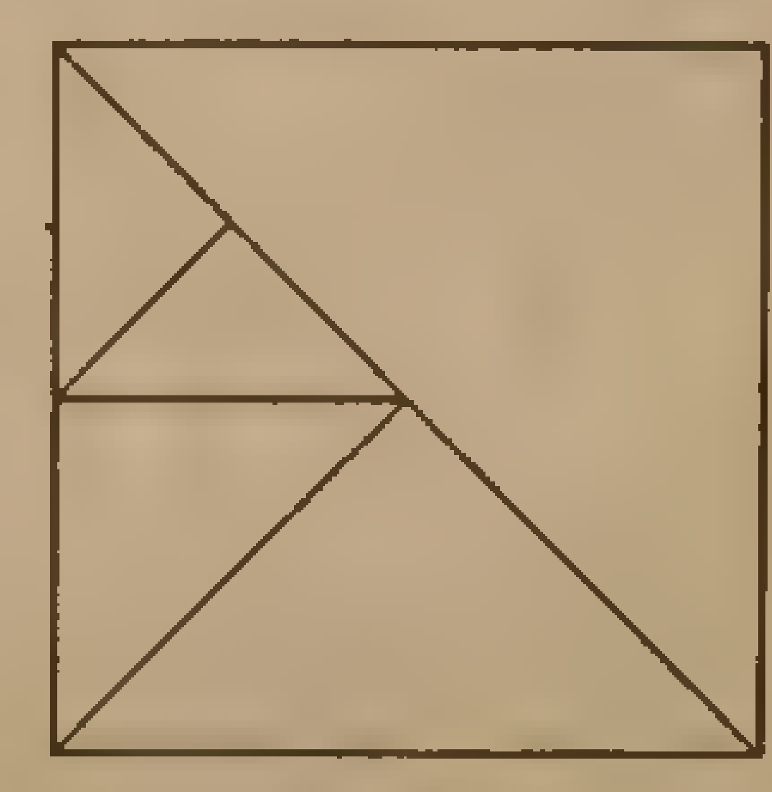


Рис. 75

177. Если бы кормили только собак, понадобилось бы 10 · 6 = 60 галет. Лишние 4 галеты понадобились бы потому, что собака съедает на одну галету больше, чем кошка. Это значит, что кошек было 4, а собак, соответственно, 6.

178. Один из двоих — Дима или Андрей — явно говорит неправду (их слова противоречат друг другу). И Игорь тоже говорит неправду, так как в противном случае неправду говорили бы трое (Никита, Глеб и либо Дима, либо Андрей), а по условию задачи неправду говорят только двое. Это означает, что и Никита и Глеб оба сказали правду. Следовательно, пирог испек Игорь.

179. Очевидно, что чем больше флажков справа от первоклассника, тем «левее» его место в шеренге. Справа от Максима кто-то стоит (иначе справа от него не было бы флажков). Но все, кроме Даши, наверняка стоят левее Максима. Значит, справа от Максима стоит Даша и держит 8 флажков.

180. Сумма написанных чисел нечетна (она равна 21). За каждый ход эта сумма увеличивается на 2, т. е. всегда остается нечетной. А сумма шести равных чисел всегда четна. Это значит, что сделать числа равными невозможно.

181. Из того, сколько заплатил первый ковбой, можно узнать, сколько стоят 8 сандвичей, 2 чашки кофе и 20 пончиков. А из того, сколько заплатил второй ковбой, можно узнать, сколько стоят 9 сандвичей, 3 чашки кофе и 21 пончик. Разность этих сумм даст как раз стоимость сандвича, чашки кофе и пончика, а именно 40 центов.

182. Ни 1, ни 2, ни 3 января не могут приходиться ни на понедельник, ни на пятницу, поскольку в противном случае 29, 30 или 31 января получатся пятой пятницей или пятым понедельником в месяце. Наше условие может быть выполнено, только если 1, 2 и 3 января придутся, соответственно, на вторник, среду и четверг. Значит, 1 января — вторник.

183. Если бы в каждом месяце родилось не более трех учеников этого класса, то в классе не могло бы учиться больше, чем $3 \cdot 12 = 36$ учеников, а их по условию 38.

184. Если от шнурка отрезать $\frac{1}{4}$, останется как раз 50 см. Действительно, $\frac{2}{3} - (\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}) = \frac{1}{2}$.

185. Когда 8 белых одуванчиков облетели, на лужайке осталось 27 одуванчиков — 18 желтых и 9 белых. Значит, вначале на лужайке росли $18 + 2 = 20$ желтых и $9 + 8 - 2 = 15$ белых одуванчиков.

186. Все семьи города можно условно представить в виде цепочек, в которых после каждой семьи будет стоять та, в дом которой семья переехала. Все эти цепочки будут замкнутые (может быть, будет всего одна цепочка). В цепочках, в которых представлено четное число семей, будем красить дома попеременно в синий и зеленый цвета — тогда каждая семья переедет из синего дома в зеленый или наоборот. А в тех цепочках, где число семей нечетно, покрасим один дом в красный цвет, а оставшееся четное число домов — попеременно в синий и зеленый. Тогда все дома будут покрашены с выполнением требований задачи.

187. В первой табличке на каждой строке в первом столбце стоит основание степени, в третьем — показатель степени, во втором — результат возведения в степень. Таким образом, недостающее число 49.

Вторая табличка построена по-другому: в ней собраны пары равных чисел, но один раз число записано в виде десятичной дроби, другой раз — в виде обыкновенной. Таким образом, здесь лишнее число $\frac{5}{13}$.

188. Поскольку суммы любых трех, последовательно записанных по кругу чисел равны между собой, то каждые *третьи* числа равны между собой. Рассмотрим два случая: а) количество записанных чисел не кратно 3; б) количество записанных чисел кратно 3.

В первом случае все числа будут равны между собой, а во втором — сумма их будет кратна 3. Второй случай невозможен, так как 37 на 3 не делится. В первом случае единственная возможность — записать по кругу 37 единиц.

189. Черноволосым был не мастер (так как мастер подтвердил его слова). Это значит, что черноволосый — Рыжов. Седов тогда может быть только рыжим, а кандидат в мастера Чернов — седым.

190. Заранее было определено 5 выстрелов, остальные 12 Гена заслужил попаданиями в цель — по 2 выстрела за каждое. Значит, попаданий было 6.

191. Номер билета — 99999. Если бы в билете были хотя бы две неравные цифры, то их можно было бы поменять местами и сосед не смог бы *наверняка* решить задачу. Если же все цифры равны, но меньше 9, всегда есть возможность одну цифру увеличить

на 1, другую — уменьшить, т. е. имеется дополнительный вариант решения. И только в случае, когда соседу 45 лет и номер билета 99999,— решение получается единственным.

192. Разложим число 203 на множители и получим: $203 = 7 \cdot 29$. Значит, в нашем случае все остальные сомножители должны быть представлены единицами. Поскольку сумма всех этих сомножителей также будет 203, то в произведении должно быть $203 - (7 + 29) = 167$ единиц: $203 = 7 \cdot 29 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \ldots \cdot 1 = 7 + 29 + 1 + 1 + \ldots + 1$.

193. Число 13 на 2 меньше 15. Значит, при одном и том же частном n остаток от деления на 15 на $2n$ больше, чем остаток от деления на 13, т. е. $2n = 8$. Отсюда делимое m равно $15 \cdot 4 = 13 \cdot 4 + 8 = 60$.

194. Возраст младшего ребенка не может быть четным числом, так как иначе возрасты старших детей не будут простыми числами. Он не может оканчиваться на 1, 3, 7, 9 — иначе возраст одного из старших детей будет делиться на 5. Единственное простое число, удовлетворяющее этим условиям,— 5. Проверка показывает, что если возраст младшего ребенка будет равен 5 годам, возрасты всех старших будут выражаться простыми числами.

195. Поскольку в зеленом платье — не Ася, не Катя и не Нина, остается Галя. Катя не в зеленом платье, не в белом и не в розовом, значит, в голубом. Итак: Галя стоит между Катей и Ниной, а значит, и Ася тоже стоит между Катей и Ниной. То есть девочки стоят так: Галя (в зеленом), Катя (в голубом), Ася, Нина. Отсюда и из условия, что девочка в белом платье стоит между девочкой в розовом платье и Катей, следует, что Ася в белом платье, а Нина — в розовом.

196. Искомая точка находится ровно посередине между нанесенными двумя, поскольку среднее арифметическое любых двух чисел на столько же меньше большего числа, на сколько больше меньшего.

197. Да, конечно. Возьмем, например, произведение любых двух положительных чисел, меньших 1, или возьмем одно число произвольным отрицательным, а другое — положительным, бóльшим 1.

198. Число, которое в 5 раз больше суммы своих цифр, должно делиться на 5. Значит, оно оканчивается на 0 или на 5. Однако

на 0 оно оканчиваться не может, ибо в этом случае будет в 10 раз больше суммы своих цифр. Итак, искомое число можно записать в виде $10a + 5$. Сумма цифр этого числа равна $a + 5$. Значит, можно составить уравнение

$$10a + 5 = 5(a + 5).$$

Решив его, получим: $a = 4$, искомое же число 45.

199. В течение каждых 6 с часы бьют 4 раза: на 2, 3, 4 и 6-й секундах. Значит, 13 раз они ударят, когда пройдет три раза по 6 с и еще один удар, т. е. — на 20-й секунде. Поскольку первый удар раздался на 2-й секунде, пауза между первым и последним ударами составляет 18 с.

200. Из того, как выложились тетради в первый раз, следует, что в исходной стопке серая тетрадь не могла лежать выше желтой, а желтая — выше красной. Из второй же раскладки видно, что красная тетрадь не могла лежать выше коричневой, а синяя — выше желтой и серой. Таким образом, единственная возможная последовательность тетрадей в стопке: коричневая, красная, желтая, серая, синяя.

201. Поскольку среди слагаемых в ребусе есть одно двузначное и два однозначных числа, а сумма — число трехзначное, то это трехзначное число должно начинаться с 1, а двузначное число начинается не менее, чем с 8. Итак, $C = 1$, $B = 8$ или 9. Если бы B было равно 8, то C при любом A должно было бы быть четным (см. последний столбец рис. 76). Но $C = 1$, значит, $B = 9$. Зная B и C, определяем, что $A = 6$. Итак, при замене букв цифрами получаем: $6 + 99 + 6 = 111$.

```
      A
+   B B
      A
  -----
  C C C
```

Рис. 76

202. Предположим, что Роман не физик, тогда (по условию 2) Петр математик, но если Петр математик, то Сергей (по условию 1) не физик — получилось явное противоречие. Значит, Роман — физик. Тогда Сергей математик — иначе (по условию 3) Роман был бы химиком. Значит, Петр — химик. Итак: Петр — химик, Роман — физик, Сергей — математик.

203. В четвертом пенале должны лежать предметы, которые уже встречаются в первых трех пеналах, но только по одному разу. Это синяя ручка, оранжевый карандаш и красный ластик.

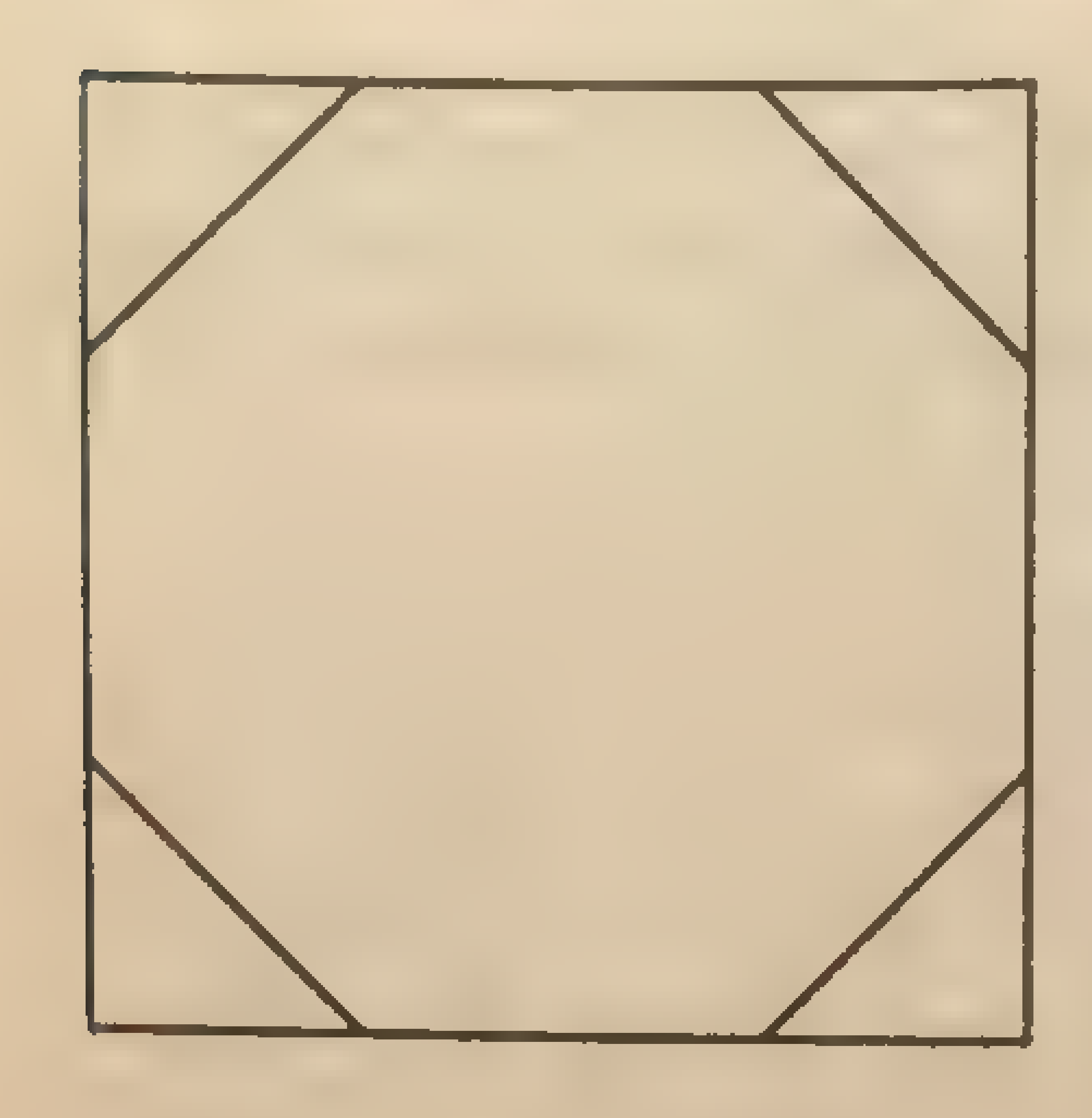


Рис. 77

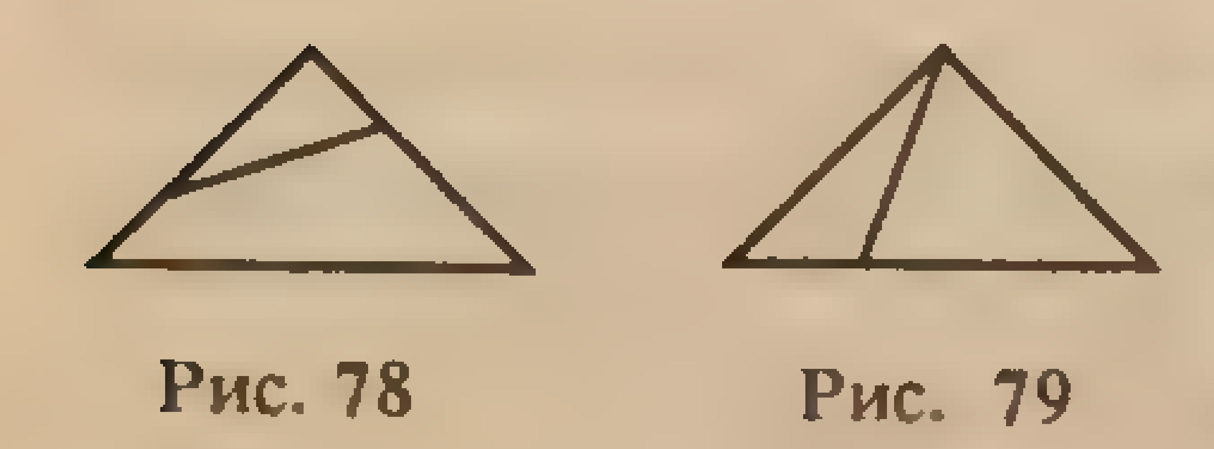


Рис. 78 Рис. 79

204. Поскольку пропавшие пять многоугольников являются выпуклыми, то ни один из них не может иметь с восьмиугольником границу больше, чем по одной стороне. А это значит, что как минимум три стороны восьмиугольника принадлежат квадрату. Это соображение позволяет однозначно восстановить размеры квадрата: длина его стороны равна расстоянию между противоположными сторонами восьмиугольника (рис. 77).

Интересно, что хотя мы и можем восстановить размеры квадрата, но не можем точно сказать, из каких многоугольников он состоит. Только 4 многоугольника можно восстановить — это восьмиугольник и три угловых треугольника. А про два последних многоугольника известно только то, что они образуют четвертый угловой треугольник. Мы даже не можем точно восстановить количество сторон каждого — это могут быть треугольник и четырехугольник, например, как на рис. 78, а могут быть два треугольника, например, как на рис. 79.

205. Запишем наши условия в виде системы уравнений:

$$Б + 20В = 3Б,$$

$$19Б + Н + 15{,}5В = 20Б + 8В,$$

здесь $Б$, $В$, $Н$ — бочка, ведро, насадка.

Требуется узнать, сколько насадок помещается в бочке.

Из первого уравнения следует, что емкость бочки 10 ведер, а из второго — что в бочку помещаются 7,5 ведра и насадка. Значит, 1 насадка вмещает 2,5 ведра, или четверть бочки, т. е. в бочке 4 насадки.

206. Для удобства повторим условия: 1) Вика стоит впереди Сони, но после Аллы; 2) Боря и Алла не стоят рядом; 3) Денис не находится рядом ни с Аллой, ни с Викой, ни с Борей. Из условия 1 следует, что девочки стоят в таком порядке: Алла, Вика, Соня. Поскольку ни Денис, ни Боря не стоят рядом с Аллой (условия 2 и 3), значит, Алла стоит первой, а Вика второй. Из

условия 3 следует, что Денис может стоять только с краю — рядом с Соней. А из условий 2 и 3 следует, что Боря может стоять только между Викой и Соней. Итак, дети стоят в следующем порядке: Алла, Вика, Боря, Соня, Денис.

207. Поскольку делимое в 6 раз больше делителя, значит, частное равно 6. А так как делитель в 6 раз больше частного, значит, он равен 36, а делимое, соответственно, равно 216.

208. Пусть приписана цифра a. Тогда полученное число запишется в виде $a10a$. Поскольку это число делится на 12, то оно должно делиться и на 4, и на 3. Это в свою очередь означает, что a делится на 4, а $(2a+1)$ делится на 3. Это возможно лишь при $a=4$, значит, приписать надо цифру 4, а число получится 4104.

209. Два года назад Лиза тоже была на 8 лет старше Насти. А если при этом она еще была старше в 3 раза, то Насте было 4 года, а Лизе 12. Значит, сейчас Лизе 14 лет.

210. Попробуем найти такие числа. Обозначим их A, B, C, причем $A > B > C$. Условие задачи равносильно условию, что сумма любых двух из этих чисел делится на третье, т. е.

$A + B = cC,$

$A + C = bB,$

$B + C = aA,$

здесь a, b, c — натуральные числа.

Поскольку $B < A$ и $C < A$, то $B + C < 2A$, т. е. последнее из трех равенств может выполняться только при $a = 1$. Значит, $A = B + C$.

Сделаем замену переменных в двух верхних уравнениях:

$2B + C = cC,$

$B + 2C = bB.$

Последнее равенство может выполняться только при $b = 2$, так как $B + 2C < 3B$ и $C \neq 0$. Значит $B = 2C$, $A = 3C$. Таким образом, если в качестве слагаемых взять числа C, $2C$ и $3C$ (где C — произвольное натуральное число), то сумма, равная $6C$, будет делиться на каждое из слагаемых.

211. Простое число, большее 3, при делении на 6 не может давать остатки 0, 2, 3, 4 — в любом из этих случаев оно будет составным. Возможны только остатки 1 и 5. Следовательно, простое число можно записать как $6n + 1$ или $6n + 5$, но $6n + 5 = 6(n + 1) - 1$.

212. Будильник прозвенит, как только часовая стрелка первый раз после завода встанет на цифру 9, т. е. в 9 ч вечера. Это значит, что мальчик проспит всего 2 ч.

213. Да, делится, так как последняя цифра произведения 1, а последняя цифра разности 0.

214. При таком переливании во втором баке должно было быть больше 26 л бензина, а в первом — еще больше, чем во втором. Следовательно, даже если надо было бы наполнить только эти два бака, все равно на это не хватило бы 50 л. Значит, разделить бензин так, как требуется в условии, невозможно.

215. Если остаток был равен нулю, никаких изменений не произойдет. Действительно, пусть наш пример был $AB : A = B$. Тогда новый пример будет $3AB : 3A = B$.

Если же остаток не был равен нулю, то при увеличении и делимого и делителя в 3 раза частное не изменится, а остаток увеличится втрое. Действительно, пусть первоначальный пример был такой — $(AB + a) : A = B$ (остаток $a < A$); тогда новый пример будет $(3AB + 3a) : 3A = B$ (остаток $3a$).

216. Если за решение каждой задачи все три девочки вместе получали 7 конфет (первая — 4, вторая — 2, третья — 1 конфету), значит, сумма всех полученных ими конфет должна обязательно делиться на 7, но 60 на 7 не делится. Следовательно, девочки ошиблись.

218. Обозначим через x возраст короля «тогда», а через y — возраст королевы «тогда». Отсюда получаем: возраст короля «теперь» — $2y$, возраст королевы «теперь» — x, а «будет» королеве $2y$ лет, т. е. от «тогда» до «будет» прошло y лет, значит, королю «будет» $(x + y)$ лет. Составим систему из двух уравнений:

$$y + (x + y) = 63,$$
$$2y - x = x - y.$$

Первое уравнение означает, что «им вместе будет 63 года», а второе — что разность возрастов короля и королевы постоянна и «теперь», и «тогда», и «всегда». Решив эту систему уравнений, определим, что «сейчас» королю 28 лет, а королеве — 21 год.

Можно эту задачу решить и не составляя системы уравнений. Обозначим через t разницу возрастов короля и королевы «сейчас», «тогда» и «всегда». Поскольку «сейчас» королеве столько же лет, сколько было королю «тогда», значит от «тогда» до «сейчас» прошло тоже t лет.

Разница между возрастом короля «сейчас» и королевы «тогда» равна сумме двух чисел — разницы этих возрастов «всегда» и отрезка от «тогда» до «сейчас». Эта сумма — $2t$. Значит, возраст королевы «тогда» — $2t$ лет, а возраст короля «сейчас» — $4t$ лет. «Сейчас» королеве — $3t$ лет, и королю «было» — $3t$ лет.

Когда королеве станет $4t$ лет, королю будет $5t$ лет. И все вместе эти $9t$ составят 63 года. Отсюда $t=7$. Итак, «сейчас» королю 28 лет, а королеве — 21 год.

219. В каждый бидон перелито по $\frac{1}{3}$ объема бака. Значит, объем первого бидона равен $(\frac{1}{3}:\frac{1}{2})=\frac{2}{3}$ бака, объем второго — $(\frac{1}{3}:\frac{2}{3})=\frac{1}{2}$ бака, а объем третьего — $(\frac{1}{3}:\frac{3}{4})=\frac{4}{9}$ бака, и все эти количества — целые числа. Чтобы $\frac{2}{3}$ некоторого целого числа являлись тоже целым, это число (вместимость бака) должно быть кратно 3. Аналогично для второго и третьего бидонов оно должно быть кратно 2 и 9. Наименьшее общее кратное чисел 3, 2 и 9 — это 18. Значит, минимальная вместимость бака 18 л.

220. Составим систему уравнений:

$$x+y=xy,$$
$$xy=\frac{x}{y}.$$

Из второго уравнения следует, что $y^2=1$. Но решение $y=1$ не годится, так как при этом значении не может выполняться первое уравнение. Значит, единственное возможное значение $y=-1$. Зная y, находим x из первого уравнения. Ответ: $x=\frac{1}{2}$; $y=-1$.

221. Делителями числа 1 000 000 000 будут девять двоек, девять пятерок и любые комбинации их произведений. Но как только в произведении сомножителями одновременно будут и 5 и 2 — число будет оканчиваться на 0. Это значит, что единственными возможными сомножителями являются 2^9 и 5^9 (так как во всех

остальных парах делителей есть числа, оканчивающиеся на 0). Проверка показывает, что оба эти числа не содержат нулей. Итак: $1\,000\,000\,000 = (2^9 \cdot 5^9) = (512 \cdot 1\,953\,125)$.

223. Эту задачу можно переформулировать так: «Можно ли разложить числа 1980, 1990, 2000 на однозначные множители?» Среди делителей числа 1980 — двузначное простое число 11, а среди делителей числа 1990 — трехзначное простое число 199, поэтому ни 1980, ни 1990 в такие произведения разложить нельзя. Число 2000 можно разными способами разложить на однозначные множители, например так: $2000 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$. Следовательно, таких чисел, как требуется в условии задачи, достаточно много. Вот, например, два из них — 555 422 и 25 855.

224. Это неравенство имеет большое количество решений. Вот некоторые из них: 0,0501; 0,050739; 0,050211. Как видите, у всех этих чисел совпадают первые три цифры после запятой.

225. Обозначим общее число служащих через x. Тогда на фирме стало $\frac{x}{3}$ республиканцев и $\frac{2x}{3}$ демократов. До этого же момента республиканцев было $(3 + \frac{x}{3})$, а демократов $(-3 + \frac{2x}{3})$, при этом известно, что количество их было одинаковым. Составим уравнение $(3 + \frac{x}{3}) = (-3 + \frac{2x}{3})$, решив которое, получим $x = 18$. Отсюда вытекает, что первое условие задачи (один республиканец решил стать демократом) для определения общего числа служащих фирмы лишнее, хотя оно могло бы понадобиться для определения первоначального количества республиканцев и демократов в отдельности.

226. Когда одно число больше другого в 5 раз, их разность в 4 раза больше меньшего из чисел. Это значит, что меньшее число равно $\frac{5}{4}$, а большее, соответственно, $\frac{25}{4}$, или в десятичной записи — 1,25 и 6,25.

227. Обозначим наши числа через A, B, C, D, E, F, G, а их сумму через M, т. е. $M = A + B + C + D + E + F + G$. Тогда все числа $M - A$; $M - B$; $M - C$; $M - D$; $M - E$; $M - F$; $M - G$ будут делиться на 5. Следовательно, и их сумма обязательно должна делиться

на 5. Сумма равна $7M - (A + B + C + D + E + F + G) = 6M$. Таким образом, $6M$ делится на 5. Это возможно только, если M делится на 5. Но если числа M и $M - A$ делятся на 5, то тогда и A делится на 5. Аналогично установим, что и все остальные числа — B, C, D, E, F и G делятся на 5.

228. Для решения этого ребуса можно составить систему уравнений:

$$A + C = 10,$$
$$A + B + 1 = C + 10,$$
$$A + 1 = B.$$

Решив эту систему, получим: $A = 6$, $B = 7$, $C = 4$. Ребус можно записать в виде $6 + 67 + 674 = 747$.

229. Разумеется, искомые многоугольники не могут быть выпуклыми. Одно из возможных решений показано на рис. 80.

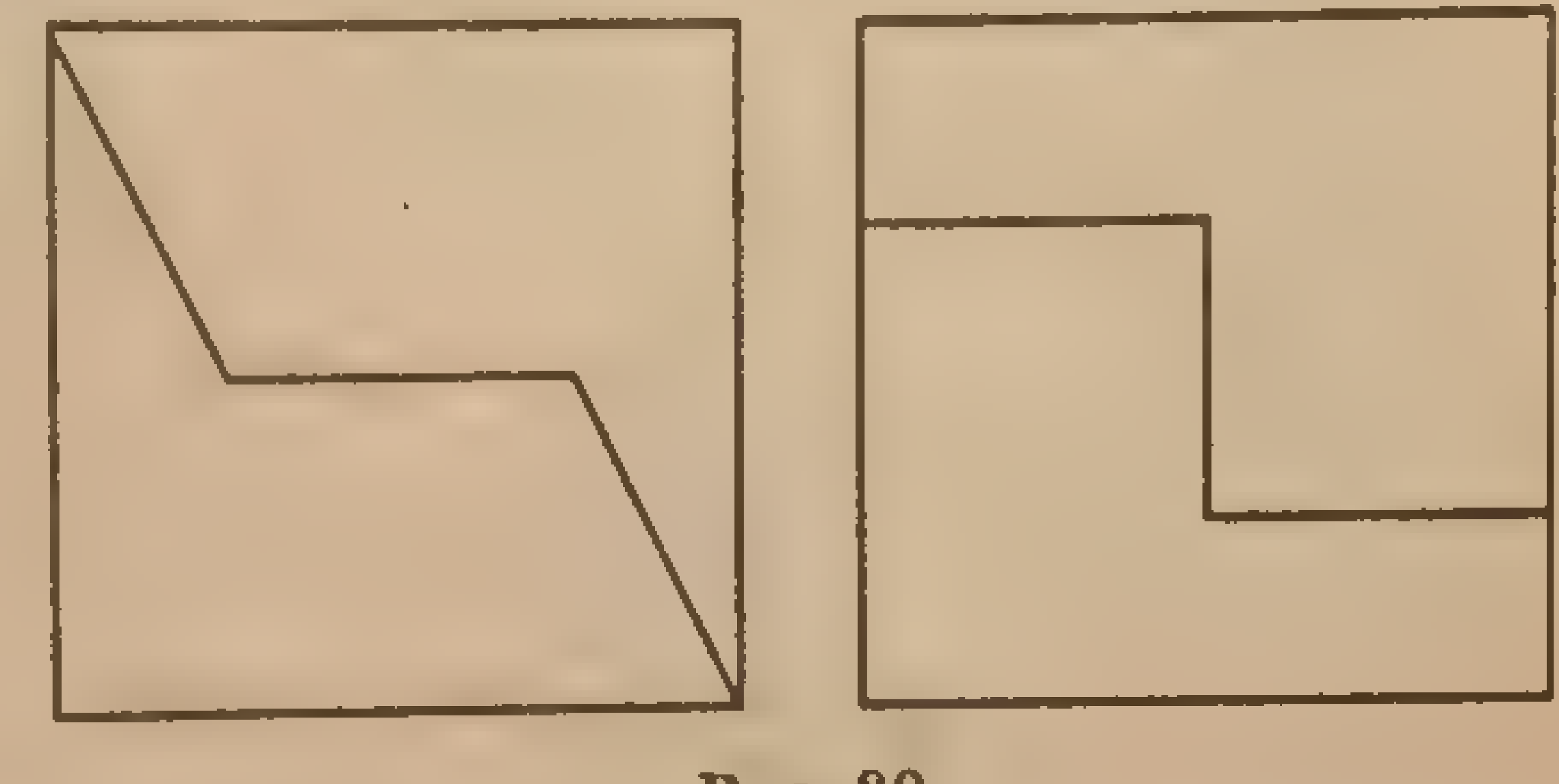


Рис. 80

230. Для удобства изложения запишем этот ребус иначе (рис. 81). Из первого столбика видно, что К < И. Отсюда и из последнего столбика следует, что С + И = К + 10 (а не С + И = К). Тогда из второго столбика выводим 1 + И + С = С, или 1 + И + С = 10 + С. Первый вариант невозможен, а из второго сразу определяем, что И = 9. Отсюда К = 4, С = 5. Весь ребус расшифровывается так: $495 + 459 = 954$.

```
  К И С
+ К С И
-------
  И С К
```

Рис. 81

231. Поскольку всего на косточках домино имеется четное число пятерок (8 штук), то всякий раз, как мы к косточке с пятеркой прикладываем другую косточку с пятеркой, расходуются две пятерки, так что остается четное число неизрасходованных пятерок. В итоге на концах должно остаться либо две пятерки, либо ни одной, но никак не одна.

232. Выпишем все двузначные числа, делящиеся на 17 или 23. Это: 17, 34, 51, 68, 85, 23, 46, 69, 92. У всех этих чисел последние цифры различны, значит, искомое число мы сможем восстановить однозначно.

Последняя цифра 1, значит, соответствующее двузначное число 51, т. е. предыдущая цифра в числе 5. Эта цифра 5 соответствует двузначному числу 85, следовательно, перед ней стоит цифра 8. Рассуждая аналогично, получим ряд из девяти последних цифр числа: 692346851.

Набор 92346 будет теперь все время повторяться. Всего же цифр 1992, в том числе: 3 последние, наши 5 цифр из периода, встречающиеся 397 раз, и еще 4 цифры — последние 4 цифры периода, они же — первые 4 цифры числа. Таким образом, первая цифра искомого числа 2.

233. Обозначим величину вступительного взноса через x. Тогда можно составить уравнение $10x = 15(x - 100)$, решив которое, определим $x = 300$ долларов.

Можно было бы решить эту задачу не составляя уравнения, рассуждая следующим образом: те 100 долларов, которые сэкономят 10 первоначальных членов клуба, заплатят 5 новых членов, т. е. каждый из 5-ти заплатит по 200 долларов. Таким образом, при 15-ти членах клуба общий взнос составит $(200 \cdot 15) = 3000$ долларов. Значит, для 10-ти участников членский взнос был равен $(3000 : 10) = 300$ долларов.

234. Перейдем к дробям с общим знаменателем 60 и получим: $\frac{3}{4} = \frac{45}{60}$; $\frac{4}{5} = \frac{48}{60}$; $\frac{5}{6} = \frac{50}{60}$. Отсюда следует, что здесь наибольшая дробь $\frac{5}{6}$. Возможно и другое решение задачи: первой дроби до 1 не хватает $\frac{1}{4}$, второй — $\frac{1}{5}$, третьей — $\frac{1}{6}$, следовательно, здесь наибольшая дробь $\frac{5}{6}$.

235. Второй туземец, кем бы он ни был, на вопрос: «Абориген ли Вы?» ответит положительно. Значит, проводник не обманул путешественника, следовательно, и он тоже абориген.

236. Каковы бы ни были числа p, $2p + 1$, $4p + 1$, одно из них всегда будет кратно 3. Действительно, p при делении на 3 может давать остаток 0, 1 или 2. В первом случае на 3 делится число p, во втором — $2p + 1$, в третьем — $4p + 1$.

Единственное простое число, делящееся на 3,— это 3. При $2p + 1 = 3$ или $4p + 1 = 3$ число p не будет простым. При $p = 3$ получаем: $2p + 1 = 7$, $4p + 1 = 13$. Таким образом, единственный возможный ответ: $p = 3$, $2p + 1 = 7$, $4p + 1 = 13$.

237. Если мы мысленно натянем ниточки между каждой кошкой и погладившим ее посетителем, тогда от каждой кошки будут протянуты 3 ниточки и от каждого посетителя тоже 3. Значит, число ниток одновременно в 3 раза больше числа посетителей и в 3 раза больше числа кошек. Отсюда следует, что число кошек равно числу посетителей.

238. Обозначим искомое число через $10a + b$, тогда условие задачи примет вид:

$$10a + b = 2ab.$$

Это равенство может выполняться только при четном b, т. е. $b = 2c$. Заменив в нашем уравнении b на $2c$, получим

$$10a + 2c = 4ac, \text{ или } 5a + c = 2ac, \text{ или } 5a = (2a - 1)c.$$

Чтобы выполнялось последнее равенство, необходимо, чтобы соблюдалось одно из двух условий:

$$2a - 1 = 5 \text{ или } c = 5.$$

Если $c = 5$, то $b = 10$, что невозможно (b — цифра). Это значит, что $2a - 1 = 5$, откуда $a = 3$. Определив a, найдем: $c = 3$, $b = 6$, т. е. искомое число равно 36.

239. Выберем два кувшина разной формы. Если они при этом различаются по цвету, то задача решена. Если же они оказались одного цвета, тогда возьмем любой кувшин, не совпадающий с ними по цвету. Этот третий кувшин не будет совпадать с одним из двух наших кувшинов и по форме. Эти два кувшина (третий и тот, который не совпадает с ним по форме) и будут искомыми кувшинами.

240. Будем упрощать наше произведение:

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{9}\right)\left(1 - \frac{1}{16}\right)\ldots\left(1 - \frac{1}{225}\right) =$$

$$= \left[\left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{2}\right)\right]\left[\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 + \frac{1}{3}\right)\right]\left[\left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 + \frac{1}{4}\right)\right]\ldots\left[\left(1 - \frac{1}{15}\right)\left(1 + \frac{1}{15}\right)\right] =$$

$$= \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}\right)\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3}\right)\left(\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{4}\right)\ldots\left(\frac{14}{15} \cdot \frac{16}{15}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{16}{15} = \frac{8}{15}.$$

241. Непосредственной проверкой можно убедиться, что между днем, когда «вчера» было «завтра», и днем, когда «послезавтра» станет «вчера», проходит 4 дня. Значит, интересующие нас дни не могут одинаково отстоять от одного и того же воскресенья, а могут только от двух разных. Это возможно, если первый из дней — понедельник, второй — суббота, а сегодня — среда.

242. Нет. Сумма трех последовательных натуральных чисел будет кратна 3. Действительно, пусть первое число дает при делении на 3 остаток a, второе — $a+1$, третье — $a+2$. Тогда их сумма будет при делении на 3 давать остаток $3a+3$, т. е. будет делиться на 3.

243. Сначала каждому рыцарю его плащ был короток. Начнем одновременно выстраивать по росту рыцарей и перераспределять плащи.

Поменяем плащи у самого высокого рыцаря и рыцаря, имеющего самый длинный плащ. Тогда каждому из этих рыцарей их новые плащи будут малы: первому — потому что даже рыцарю меньшего роста этот плащ был короток; второму — потому что ему был короток даже более длинный плащ. Теперь на самого высокого рыцаря надет самый длинный плащ. Отведем этого рыцаря в сторону. (Разумеется, если на самом высоком рыцаре был уже надет самый длинный плащ, он не будет ни с кем меняться плащами, а сразу отойдет в сторону.)

Среди оставшихся снова поменяем плащи у самого высокого рыцаря и рыцаря, имеющего самый длинный плащ; снова отведем самого высокого рыцаря в сторону. Снова всем рыцарям их плащи будут коротки. Будем повторять все это до тех пор, пока и все рыцари, и все плащи не «выстроятся по росту».

Поскольку на всех промежуточных этапах всем рыцарям были коротки их плащи, то после всех переодеваний каждому рыцарю будет короток надетый на нем плащ.

244. Нет, не существует. Для доказательства представим искомое число в виде $100a + 10b + c$. Поскольку b и c — цифры, получим: $bc < 100$, а это значит, что $abc < 100a$. Но тогда можно написать серию неравенств: $100a + 10b + c > 100a > abc$. Таким образом, каковы бы ни были a, b, c — всегда $100a + 10b + c > abc$.

245. В первые сутки Леший прошел $\frac{1}{3}$ пути (на север), во вторые — $\frac{1}{6}$ пути (на запад), в третьи сутки — $\frac{1}{6}$ (на юг) и в последние — оставшуюся $\frac{1}{3}$ пути (на восток). Его путь изображен на рис. 82.

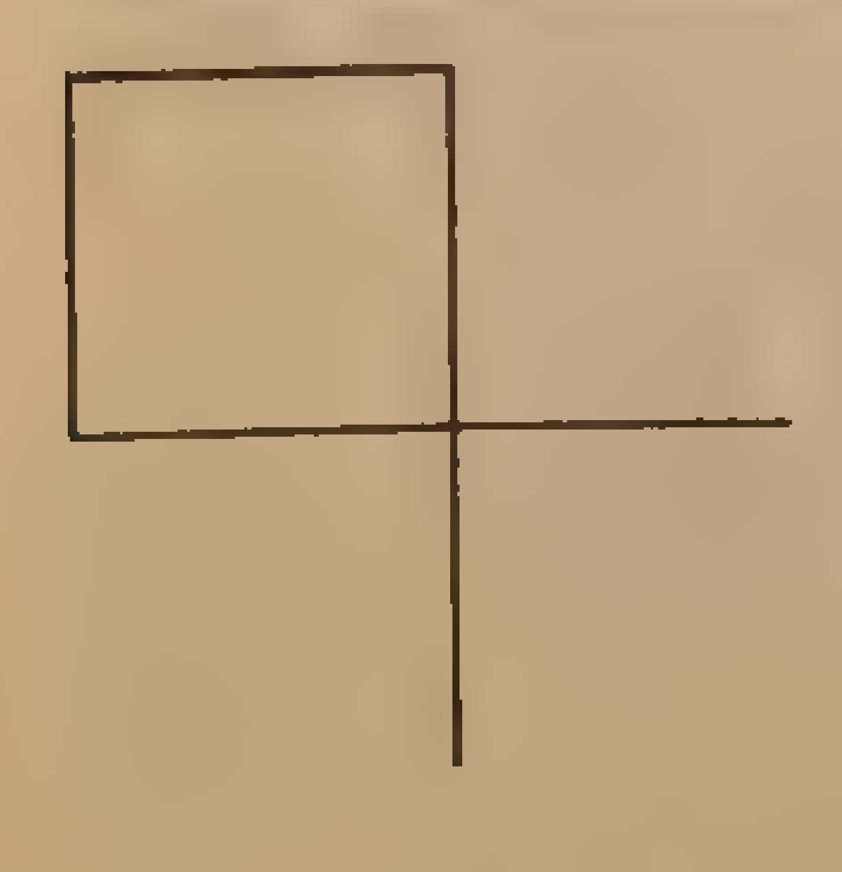


Рис. 82

Понятно, что Иван-царевич собирается пройти только $\frac{1}{3}$ пути Лешего — $\frac{1}{6}$ на север и $\frac{1}{6}$ на восток. Этот путь в 100 верст, притом по хорошей дороге, Иван-царевич сможет пройти за сутки.

246. Сумма числителя и знаменателя не изменится, если из одного из них вычесть, а ко второму — прибавить одно и то же число. Поскольку эта сумма равна 1000, то дробь перед сокращением должна быть $\frac{100}{900}$, а чтобы ее получить, надо отнять и, соответственно, прибавить число 437.

247. В начале хранения в ягодах был 1% (т. е. 1 кг) сухого вещества. В конце хранения этот же 1 кг составлял уже 2% (т. е. 100% − 98%) от всех ягод. Значит, если 2% — 1 кг, то 100% — 50 кг. Следовательно, к концу хранения на складе лежало 50 кг ягод.

248. Мысленно натянем ниточки между каждым Карабасом и знакомым с ним Барабасом. (Между двумя знакомыми Карабасами или двумя знакомыми Барабасами ниточек натягивать не будем.) Тогда от каждого Карабаса протянется 9 ниточек, а от каждого Барабаса — 10 ниточек. Значит, число ниток одновременно будет в 9 раз больше числа Карабасов и в 10 раз больше числа Барабасов. Следовательно, в стране Перра-Терра Карабасов в $\frac{10}{9}$ раза больше, чем Барабасов.

249. Премьер-министр мог вытащить любой из листов и, не разворачивая, уничтожить его. Тогда королю ничего другого не останется, как признать, что на уничтоженном листе было написано не то, что осталось в портфеле, т. е. «Останьтесь».

250. Если номер шкафа c не является точным квадратом, то все его делители разбиваются на пары, дающие в произведении c. Такой шкаф поменяет позиции четное число раз и в итоге окажется закрытым. Если же номер шкафа c является точным квадратом, то число его различных делителей будет нечетно, и шкаф в итоге окажется открытым. Количество точных квадратов среди первой тысячи чисел — 31. Значит, и открытых шкафов будет 31, а закрытых — 969.

Ответы*

1. За 5,5 суток. 2. 8 щук. 3. 3 кг. 4. 11 чурбачков. 5. 6 бревен. 6. 10 кусков. 8. 20 кусков. 9. В первом случае разрезы были параллельны друг другу, во втором — перпендикулярны. 10. 11 распилов. 11. См. рис. 83 — 86. 12. Нужно провести прямую через центр торта и центр шоколадки. 13. См. рис. 87. 14. 7 кусков. 15. а) четной; б) четной; в) нечетной; г) нечетной. 16. а) четной; б) четной; в) четной; г) нечетной. 17. а) четным; б) нечетным; в) четным; г) четным. 18. а) четным; б) нечетным; в) четным; г) нечетным. 19. (2 · 5 р.)+(3 · 3 р.)+(6 · 1 р.)=25 р. 20. Нет: сумма десяти нечетных купюр не может быть равна 25, так как всегда четна. 21. Да. Если Петя назвал нечетный результат, то в правой

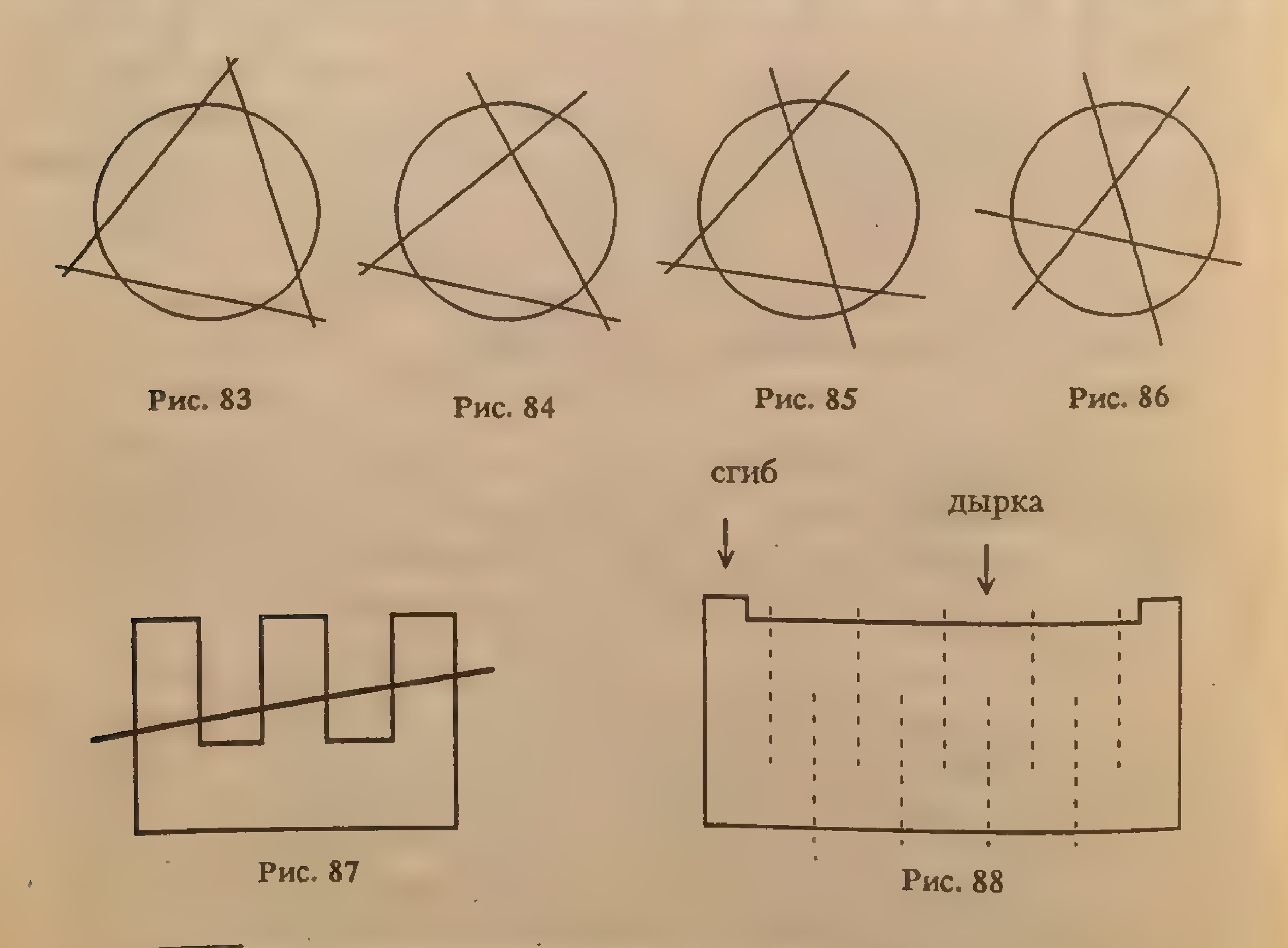
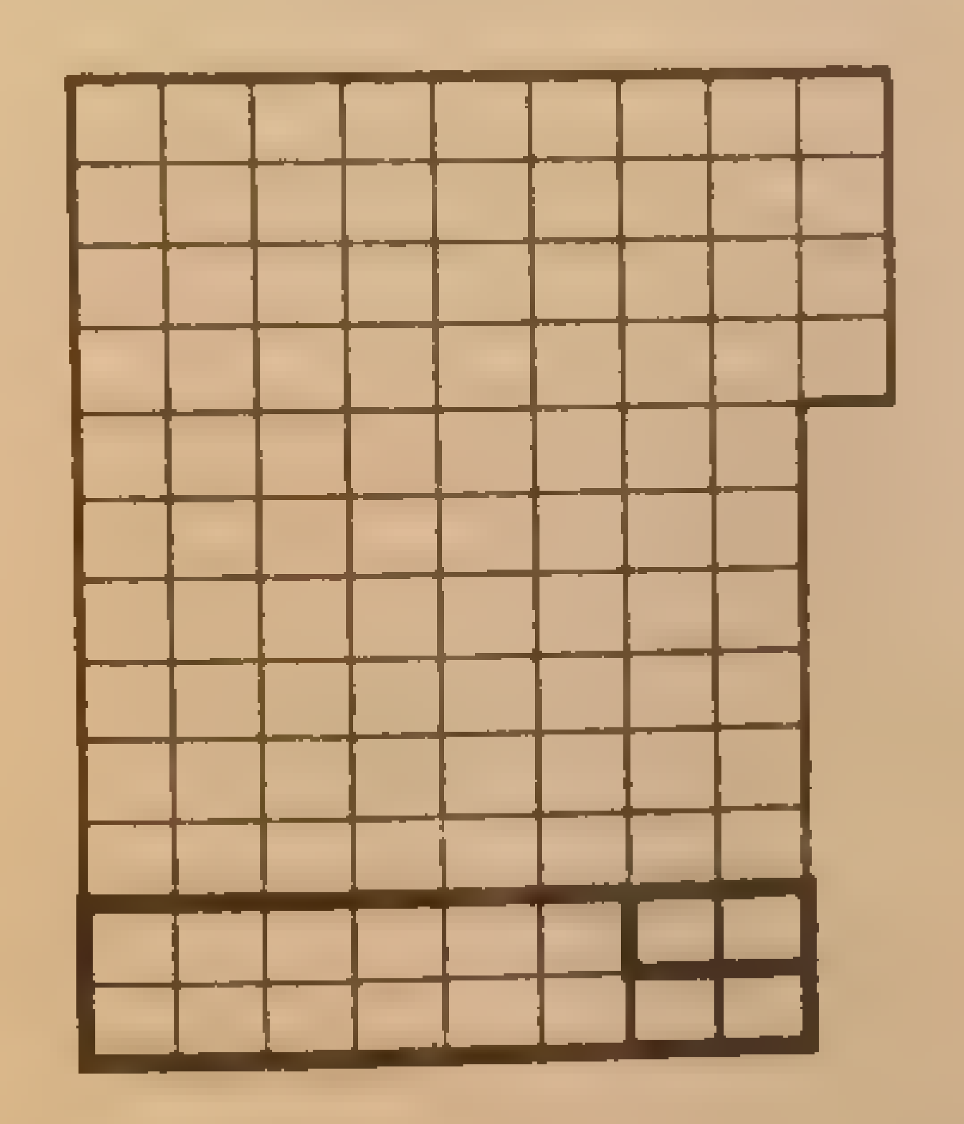


Рис. 83 Рис. 84 Рис. 85 Рис. 86

Рис. 87 Рис. 88

* Если задача имеет несколько ответов — приводится один из них.

руке у него — 15 к., а если результат четный, то в правой руке — 10 к. **22.** Да. Нужно сложить лист вдвое, вырезать вдоль линии сгиба узкое отверстие, а затем сделать много прямолинейных разрезов так, как показано на рис. 88. **23.** 20 чашек. **24.** 1237 Мышек. **25.** КОМПЬЮТЕР. **26.** Перед дуэлью Иванушка выпил любой доступный ему яд, а Кощею дал простой воды. **27.** 13 деталей; 20 деталей; 27 заготовок. **29.** 144. **30.** 40 с; 10 с. **31.** Да. **32.** См. рис. 89. **33.** КОМПЬЮТЕР. **34.** 3 талера, которые Ганс истратил на конфеты, надо не прибавить к стоимости сапог, а вычесть из нее. Тогда мы получим 20 талеров — ту сумму, которую в итоге получил Карл. **35.** 22 квадрата. **36.** См. рис. 90. **37.** 21 провод. **38.** 1728 коробков. **39.** Распилив третье кольцо, путешественник получит 1, 2 и 4 кольца. Каждый день он будет либо давать 1 кольцо; либо давать 2 — забирать 1 кольцо; либо давать 4 — забирать 2 и 1 кольцо. **40.** 3 кольца. **41.** Безымянный. **42.** См. рис. 91. **43.** Нет: доска, которую можно полностью покрыть косточками домино, должна содержать одинаковое количество белых и черных клеток. **45.** Боль-



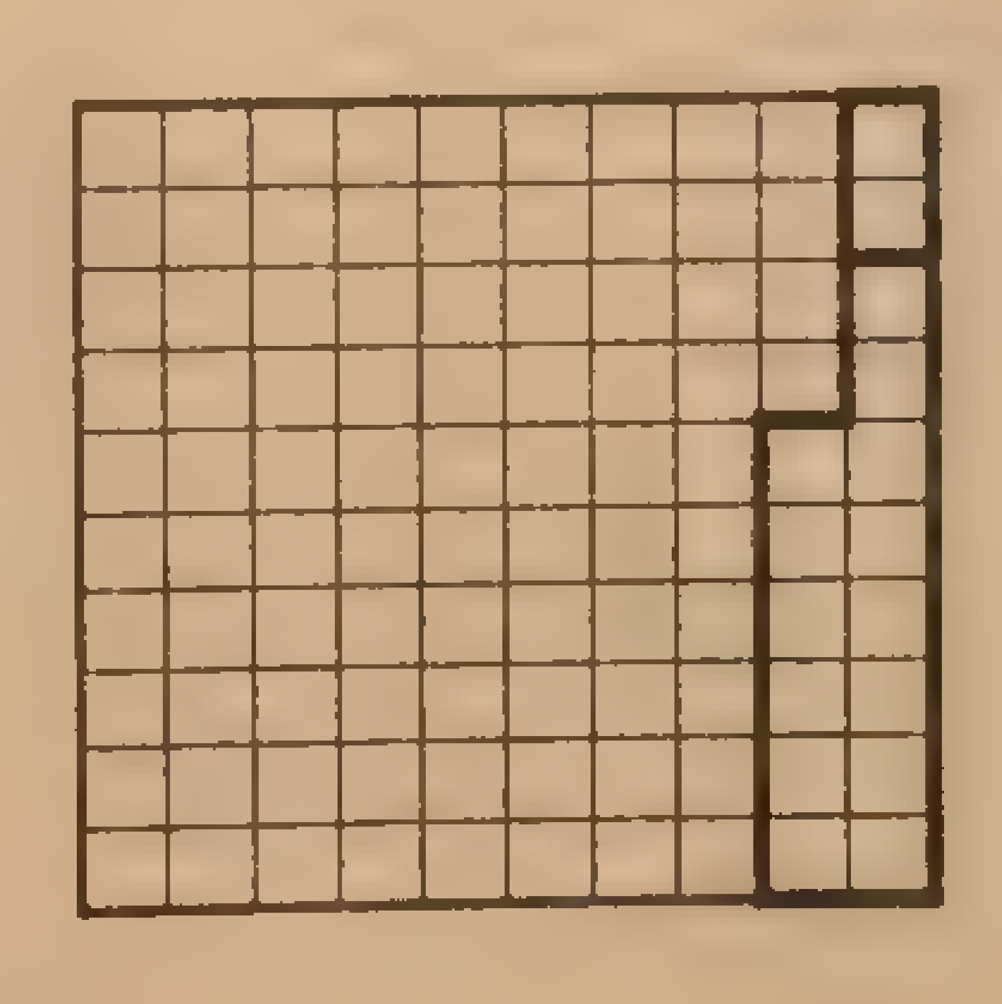
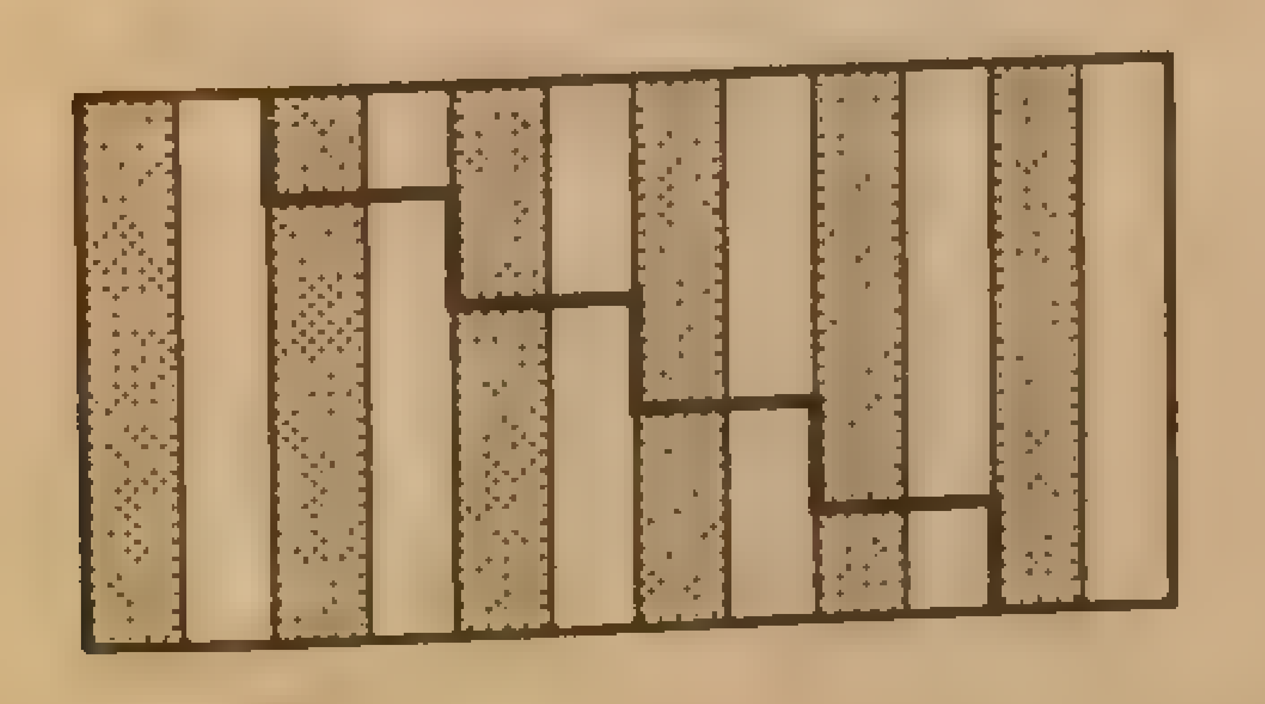


Рис. 89



Рис. 90



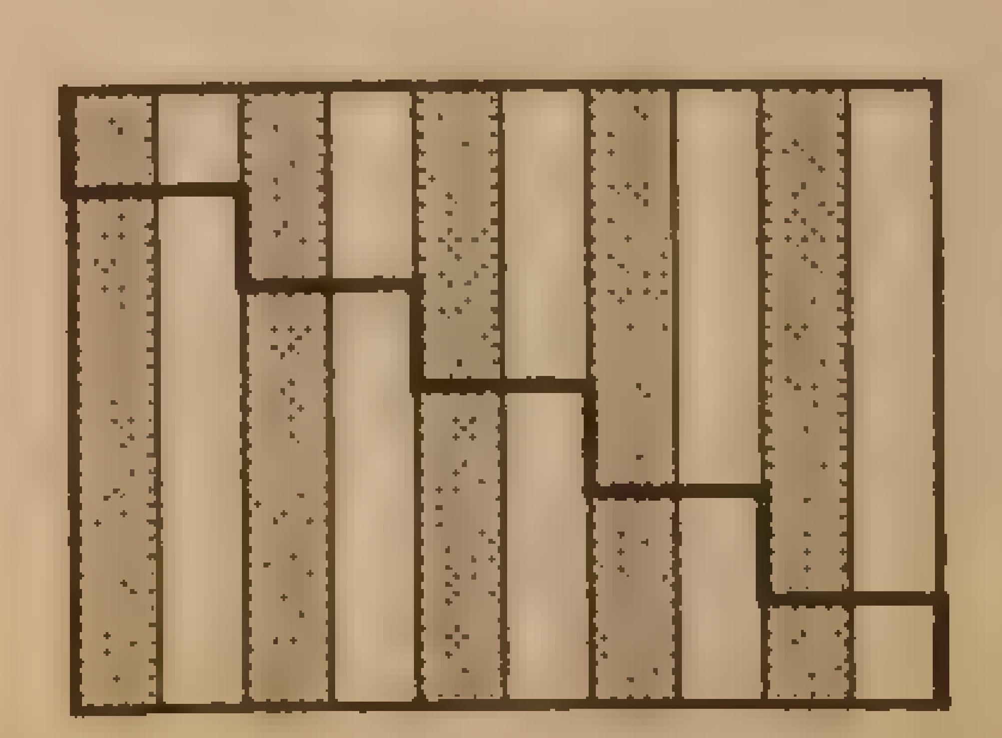


Рис. 91

шой и 4 маленьких; а) — д) см. рис. 92 — 96. **46.** Большой, 4 средних и 9 маленьких; а) — к) см. рис. 97 — 106. **47.** Он должен сделать не то, что делал перед началом отсчета первых суток. **48.** См. рис. 107. **49.** 1; 2; 2. **50.** 2; 2; 3. **51.** Возьмем из первого мешка 1 монету, из второго — 2, из третьего — 3... из последнего — 10. Взвесим их. Если фальшивая монета в первом мешке — будет не хватать 5 г, если во втором — 10... если в последнем — 50 г.

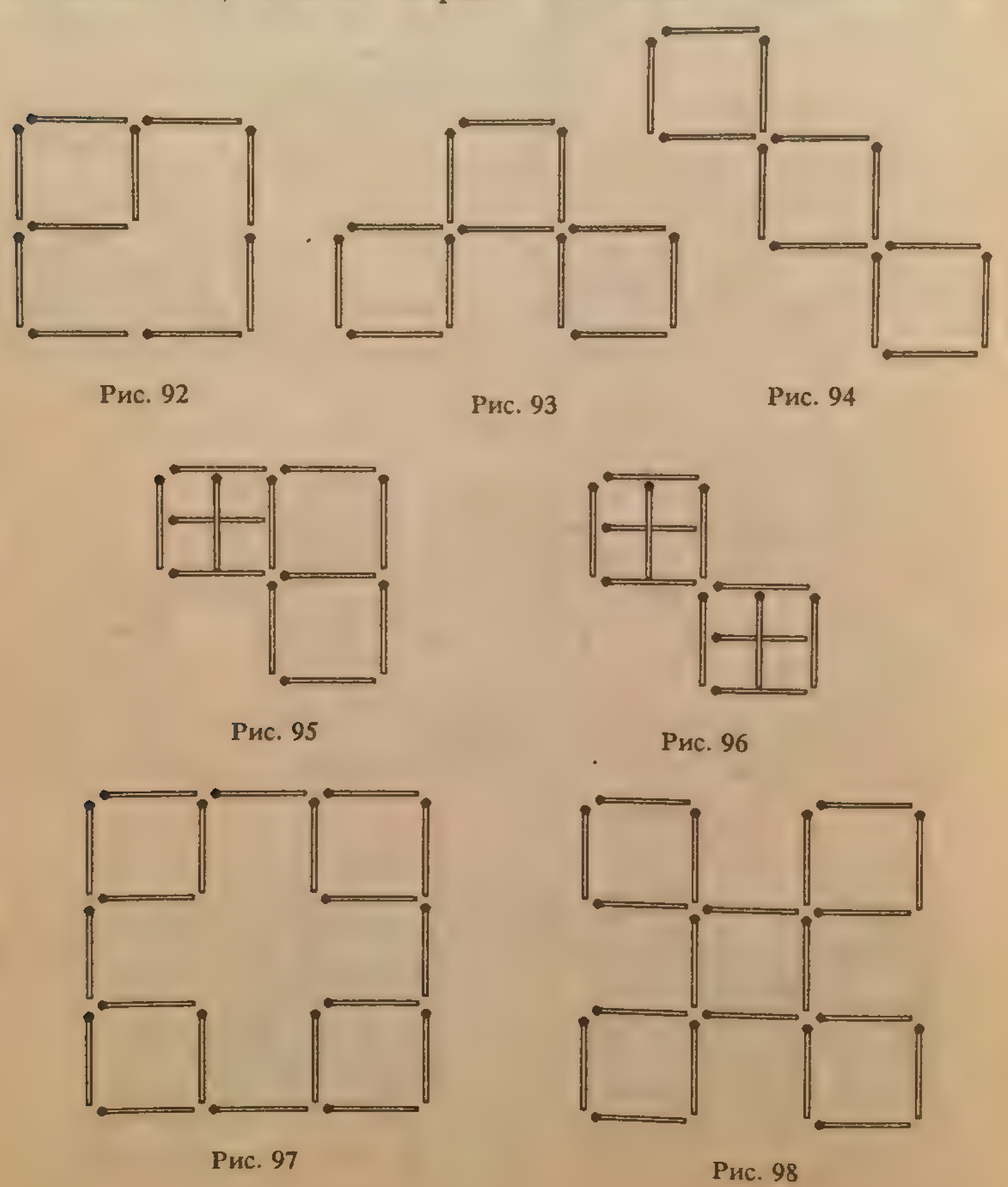


Рис. 92 Рис. 93 Рис. 94

Рис. 95 Рис. 96

Рис. 97 Рис. 98

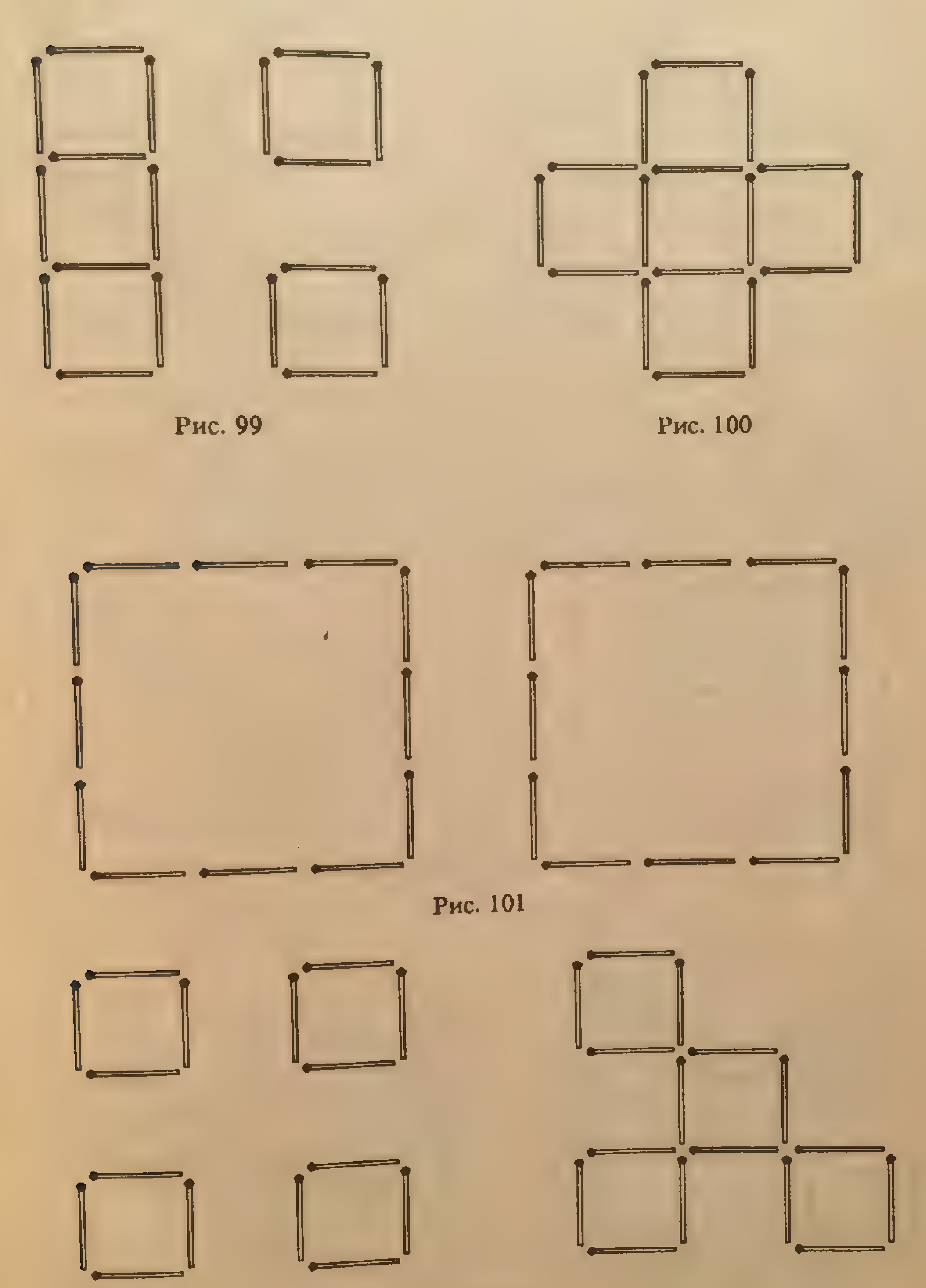


Рис. 99

Рис. 100

Рис. 101

Рис. 102

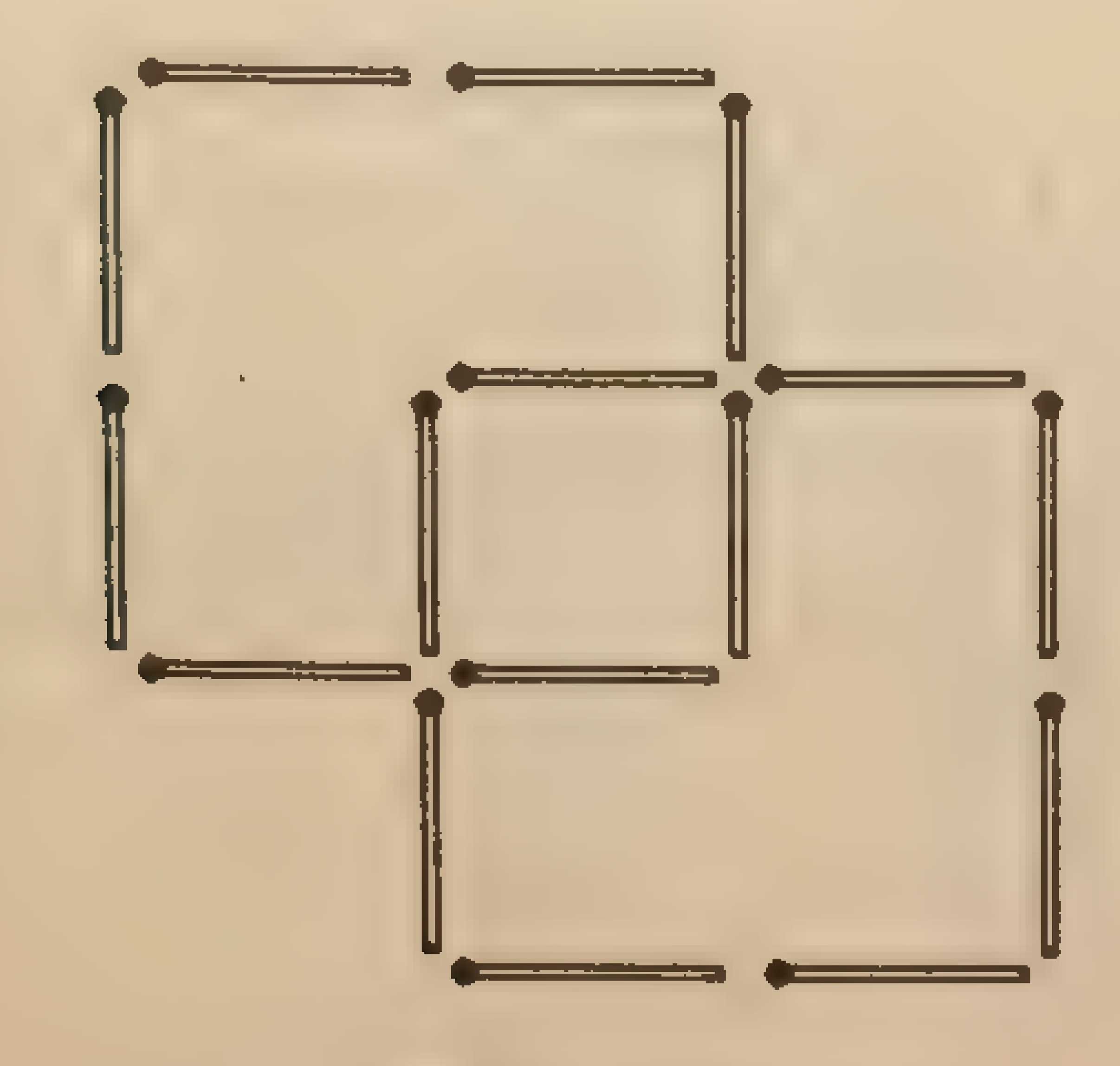


Рис. 103

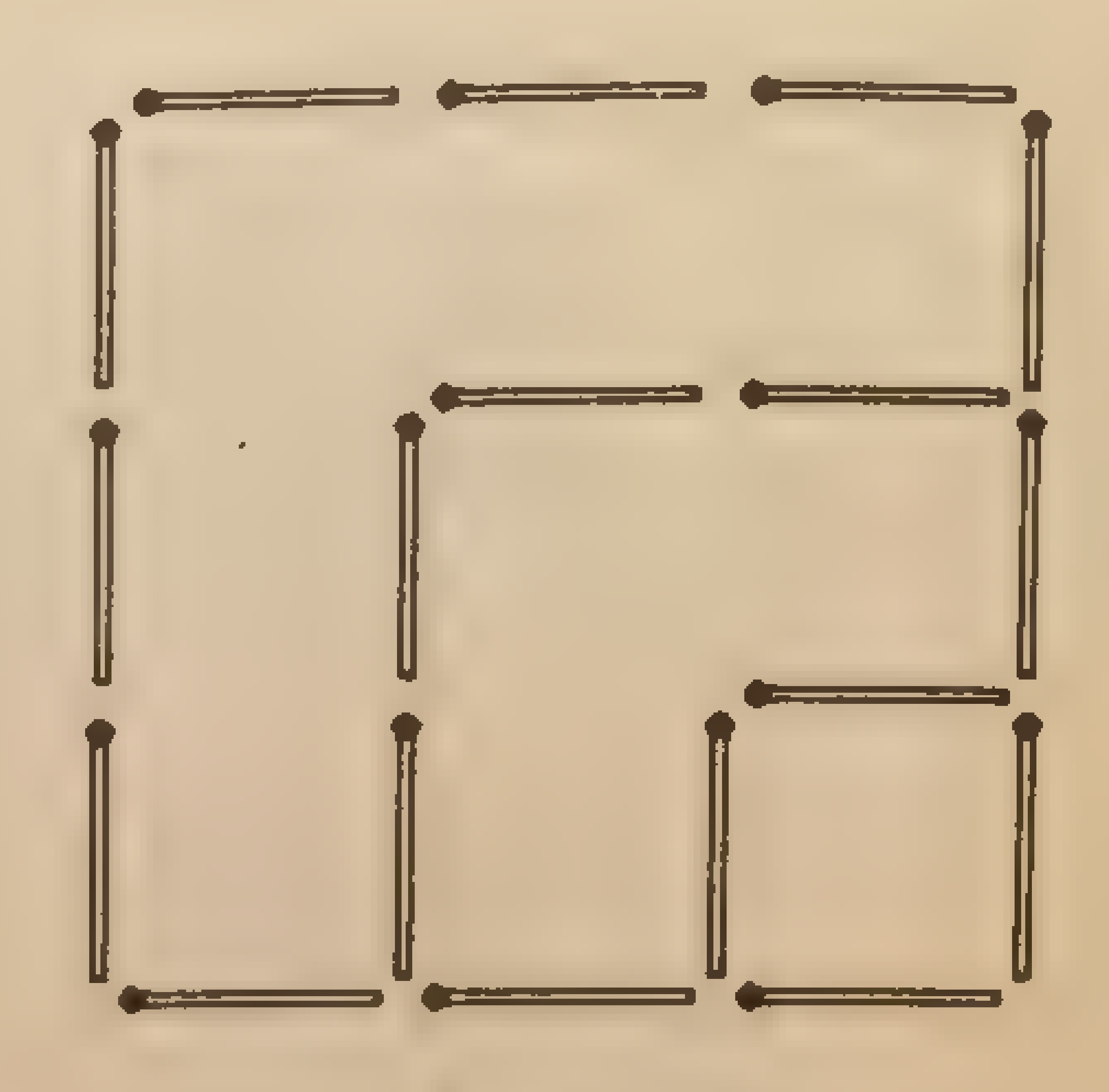
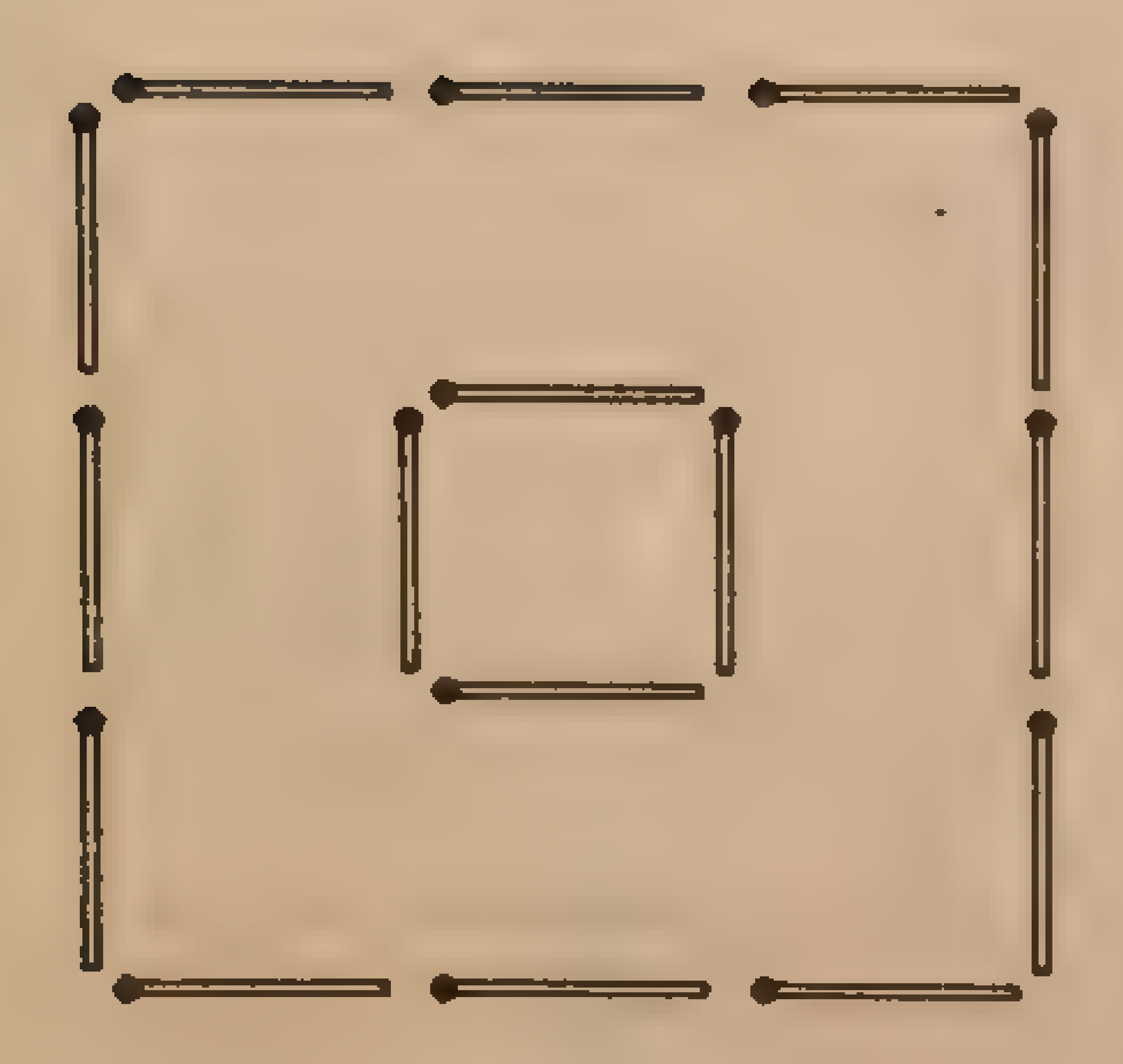


Рис. 104



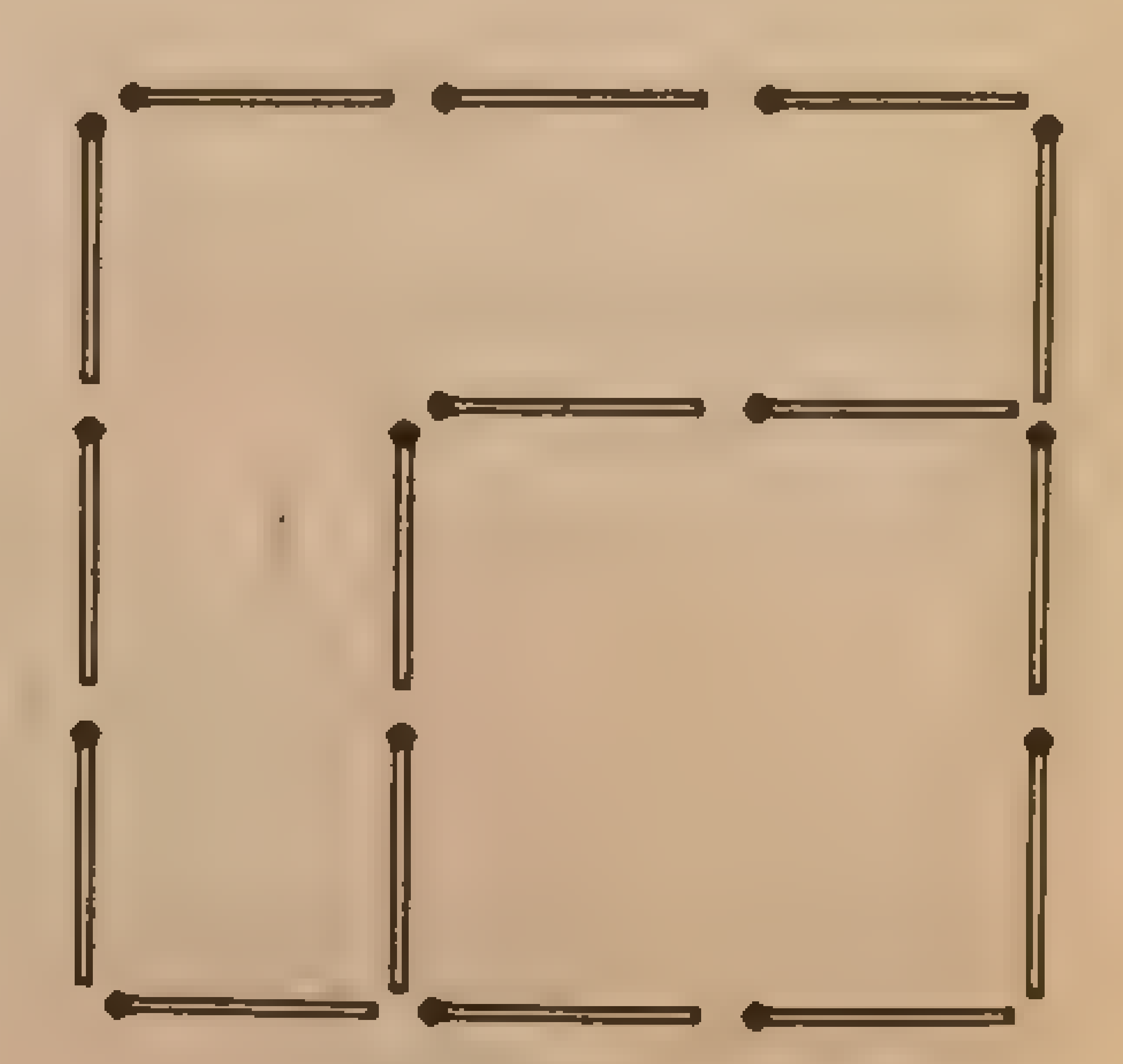


Рис. 105

Рис. 106

10	:	5	+	5	·	7	=	49
14	:	2	−	4	·	3	=	9
12	−	1	−	1	·	2	=	20
13	−	1	+	10	−	5	=	17
49	+	9	+	20	+	17	=	95

Рис. 107

52. 15 партий; 5 партий; 15 очков. **53.** См. рис. 108. **54.** Третий игрок победил. **55.** Нет. После последнего, 63-го хода конь будет находиться в белой клетке, но клетка *h*8 — черная, значит, в этой клетке конь оказаться не может. **56.** См. рис. 109. **57.** 1 089 708 : 12 = = 90 809. **58.** Золушка взяла одно зернышко из мешка с надписью «Смесь». **59.** 15 попыток; 45 попыток. **60.** Трое, не считая Бабы Яги. **61.** 120 талантов нужно дать сыну, 60 — матери, 30 — дочери. (Могут быть и другие варианты.) **62.** Да: первым ходом перевернем первые 3 монеты, вторым — последние 3. **63.** Нет. Для того, чтобы каждая шашка попала на соседнюю клетку, нужно, чтобы все шашки, которые стояли на белых клетках, встали на черные, и наоборот. Но так как количество белых и черных клеток неодинаково, то сделать это невозможно. **64.** Самый маленький из больших будет не меньше самого большого из маленьких. **65.** Нет. Если бы это было возможно, то «концов» проводов было бы 77 · 15, но их число должно быть четным, поскольку каждый провод имеет

	1	2	3	4	5
1		0	1	1	1
2	1		0,5	0,5	0,5
3	0	0,5		0,5	1
4	0	0,5	0,5		0,5
5	0	0,5	0	0,5	

Рис. 108

11	·	10	=	110
68	:	17	=	4
10	+	10	=	20
12	−	4	=	8
101	+	41	=	142

Рис. 109

5	0	1	0	3	1	2	5
4	4	5	2	4	6	2	3
2	5	6	0	1	3	0	2
5	1	2	0	4	0	4	3
5	4	5	1	6	3	2	3
0	1	0	2	1	5	6	6
6	1	3	6	4	6	3	4

Рис. 110

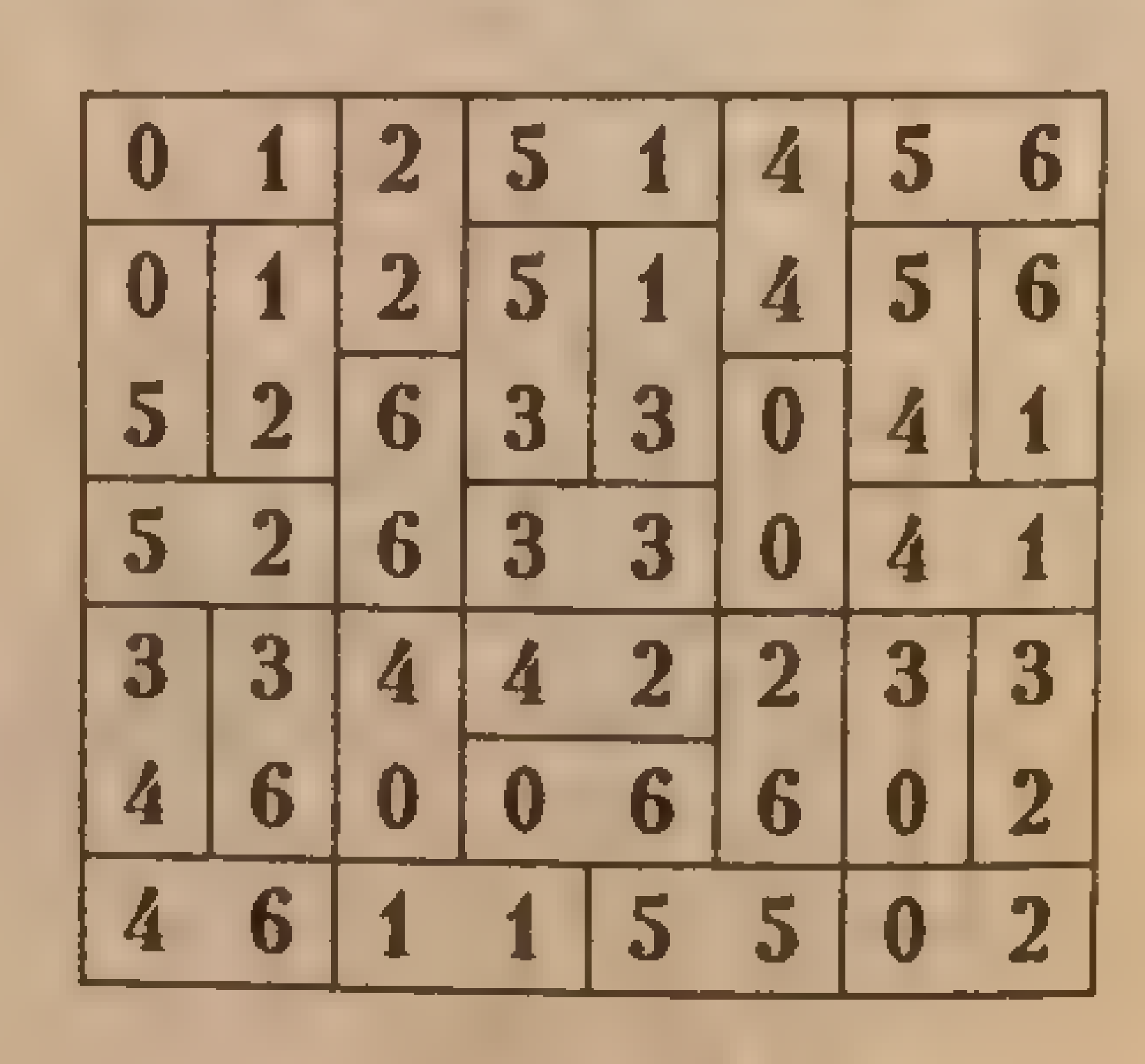
1	4	0	2	1	2	0	3
3	2	5	6	3	4	5	1
3	0	1	5	0	0	6	6
6	1	3	1	1	3	6	0
2	4	1	5	6	4	2	4
6	2	4	4	5	0	2	6
0	3	5	3	2	5	5	4

Рис. 111

два конца. **66.** См. рис. 110 — 113. **67.** а) срываем 7 раз по 2 банана, затем 27 раз — по банану и апельсину; б) банан; в) нельзя. **68.** Первыми тремя ударами Иван-царевич должен отрубить по 1 хвосту; еще тремя ударами — по 2 хвоста; последними тремя ударами — по 2 головы. **69.** 70 очков; 70 очков. **70.** $285 \cdot 39 = 11\,115$. **71.** Желтый прямоугольник, зеленый ромб, красный треугольник, синий квадрат. **73.** См. рис. 114. **74.** У рыжих. **75.** Люся Егорова и Юра Воробьев; Оля Петрова и Андрей Егоров; Инна Крымова и Сережа Петров; Аня Воробьева и Дима Крымов. **76.** См. рис. 115. **77.** Да: 458, 916, 1832, 3664, 7328, 732, 73, 7, 14. **78.** Нет, нельзя: одна часть равенства будет кратна 7, другая — нет. **79.** 17. **80.** 176 листов. **81.** 8 кг. **82.** Нужно уравновесить чашку, на которой стоит килограммовая гиря, затем заменить эту гирю крупой. **83.** Одно верное утверждение: «В этой тетради ровно девяносто девять неверных утверждений». **84.** См. рис. 116. **85.** 8 тестов. **86.** 9. **87.** 2,5 ч. **88.** Да, если Коля родился 31 декабря, а разговор происходил 1 января.

3	6	6	2	3	2	2	0
1	2	4	1	5	2	4	5
6	6	1	3	6	2	0	0
0	1	4	3	0	5	5	6
5	5	0	4	6	2	1	1
3	1	2	3	1	4	6	4
3	0	4	5	0	4	3	5

Рис. 112



0	1	2	5	1	4	5	6
0	1	2	5	1	4	5	6
5	2	6	3	3	0	4	1
5	2	6	3	3	0	4	1
3	3	4	4	2	2	3	3
4	6	0	0	6	6	0	2
4	6	1	1	5	5	0	2

Рис. 113

	6	6	6	0	0	3	3
1	1	4	4	4	4	3	3
1	1	6	6	3	3	2	2
5	5	5	5	0	0	2	2
4	4	2	2	5	5	1	1
2	2	6	6	4	4	0	0
1	1	3	3	5	5	6	

Рис. 114



Рис. 115

89. 1, 2, 3, 4, 5, 7. **90.** Квадраты простых чисел. **91.** См. рис. 117. **92.** 2 р. 40 к. **93.** Закрытая часть будет больше. **94.** 30 и 5 ворон. **95.** 999 + 999 − 9 = 1989. **96.** 5 чашек. **97.** «Когда я употребляю какое-нибудь слово,— сказал Шалтай-Болтай довольно презрительно,— оно означает только то, что я хочу, чтобы оно означало,— ни больше, ни меньше». **98.** 9; 1; 2; 6. **99.** Зашифрована первая фраза условия задачи. **100.** Да. **101.** Он прогадал. **102.** Первый проехал полдороги на велосипеде и, оставив его, дальше пошел пешком. Второй дошел до велосипеда, сел на него и проехал вторую половину пути. **103.** $\frac{2}{3}$ пути. **104.** Переправляются два легких; один из них пригоняет лодку обратно; переправляется тяжелый; второй легкий пригоняет лодку обратно; снова переправляются два легких. **105.** Вагон № 2, место № 1. **106.** 200 чисел. **107.** 30 с. **108.** Запятую. **109.** 2. **110.** 1 000 000 км. **111.** Все деньги должен получить Прохор. **112.** КОМПЬЮТЕР. **113.** Одинаковое количество. **114.** 40 окон, 180 дверей. **115.** БАНК. **116.** На 40 мин. **117.** 19 школьников ежемесячно вносили по 523 р. **118.** В Смоленске — 1 февраля, в Вологде — 8 февраля, во Пскове — 1 марта, во Владимире — 8 марта. **119.** Уфа — Баку. **120.** $\frac{1}{4}$ пути. **121.** Через 3 ч. **122.** Общая стоимость покупки должна быть кратна 3. **124.** 32 года. **125.** Ровно 12 ч. **126.** 200%. **128.** 74 матча. **129.** 71; 136. **130.** 17. **131.** 17. **132.** В чашке — лимонад, в стакане — вода, в кувшине — молоко, в банке — квас. **133.** Да. Наташа собрала грибов больше, чем Алеша, а Ира —

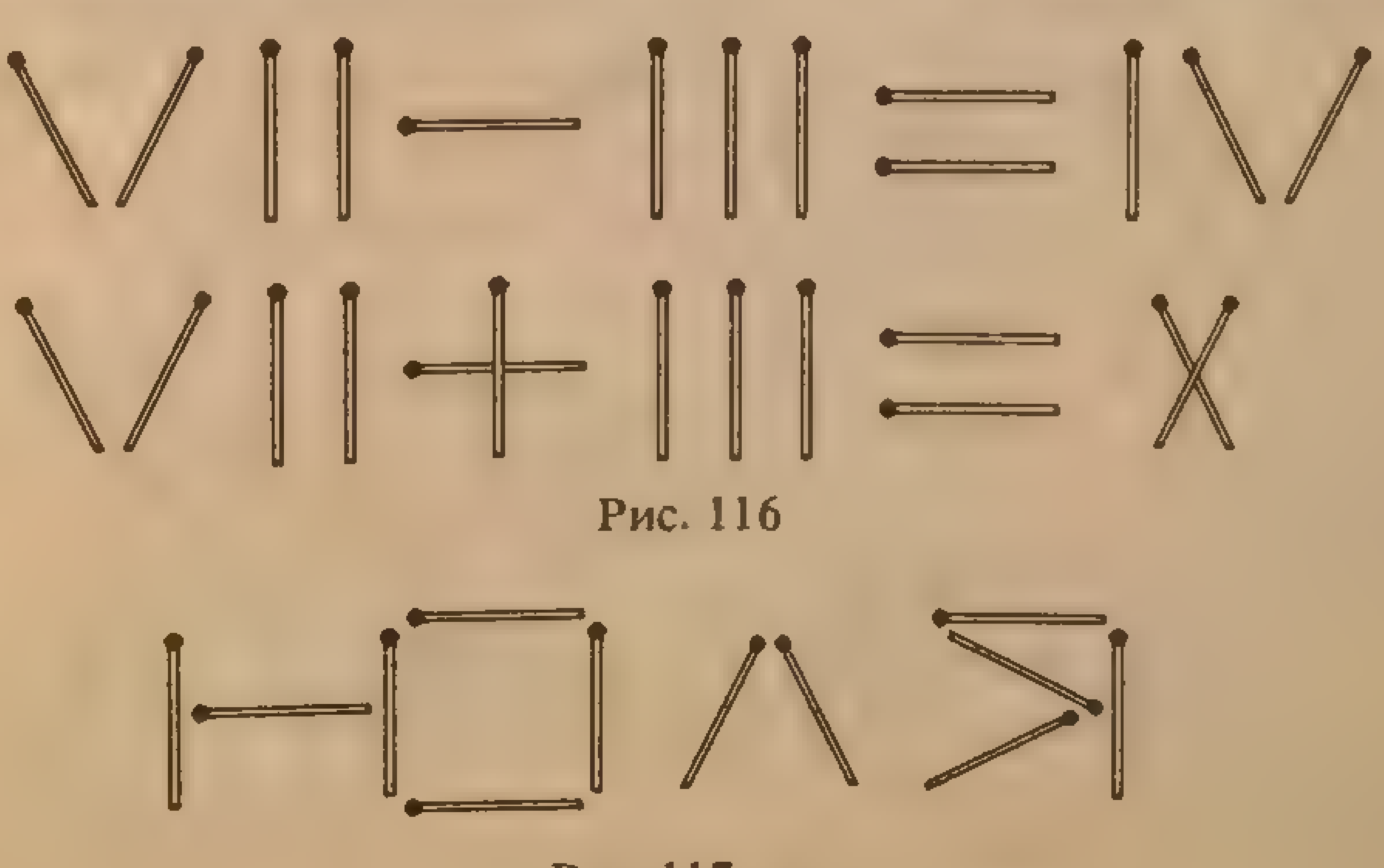


Рис. 116

Рис. 117

не меньше, чем Витя. **134.** Портос, д'Артаньян, Атос, Арамис. **135.** См. рис. 118. **136.** 111 зернышек. **137.** Цифру 2 в числе 102 надо поставить на место показателя степени. **138.** Это невозможно, так как если произведение четырех чисел нечетно, то их сумма должна быть четной. **139.** Число добавляемых точек на 1 меньше, чем число тех, которые были. Значит, общее количество точек будет нечетным. **140.** Да: «Вы житель этой страны?» **141.** Спичку. **142.** Да. Сложим красную палку из красных палочек и синюю — из синих. Приложим эти палки друг к другу. Против стыков красных палочек сделаем разрезы на синих, а против стыков синих — разрезы на красных. **143.** 19 м. **144.** У Нади туфли и платье синего цвета; у Вали туфли белые, платье красное; у Маши туфли красные, платье белое. **145.** Да. Если бы каждого из четырех типов монет было не более шести, то всего монет было бы не более $6 \cdot 4 = 24$, а их 25. **146.** 11; 14. **147.** Каждая из этих трех сумм равна сумме чисел, стоящих у вершин. **148.** «Тебя зовут Федя?» **149.** «Сколько вопросов я тебе уже задал?» **150.** Да. **151.** 40 лет. **152.** 1 работа. **153.** «Что бы Вы мне ответили вчера на вопрос, какой стул неисправен?» **154.** См. рис. 119 и 120. **155.** Саквояж, чемодан, рюкзак, корзина. **156.** Поскольку мы меняем знаки каждый раз в восьми клетках, то произведение всех чисел в таблице не меняется. А раз вначале оно было равно -1, то $+1$ оно никогда стать не сможет. **157.** 0. **158.** 5; 5. **159.** Нужно спросить: «Что ответит твой брат на вопрос: «Ты Вася?» **160.** 4. **161.** Поскольку речь идет не о линейных размерах, а о площади, то и число людей надо уменьшить не в 1 000 000 раз, а в $1\,000\,000^2$, т. е. в триллион раз. **162.** 91 косточка. **163.** 3 ореха. **164.** а) 2312 — 2321; б) 2325 — 2334; в) 30 — 39; г) 22 — 31; д) 10 — 19; е) не более четырех. **165.** Да. **166.** 10.

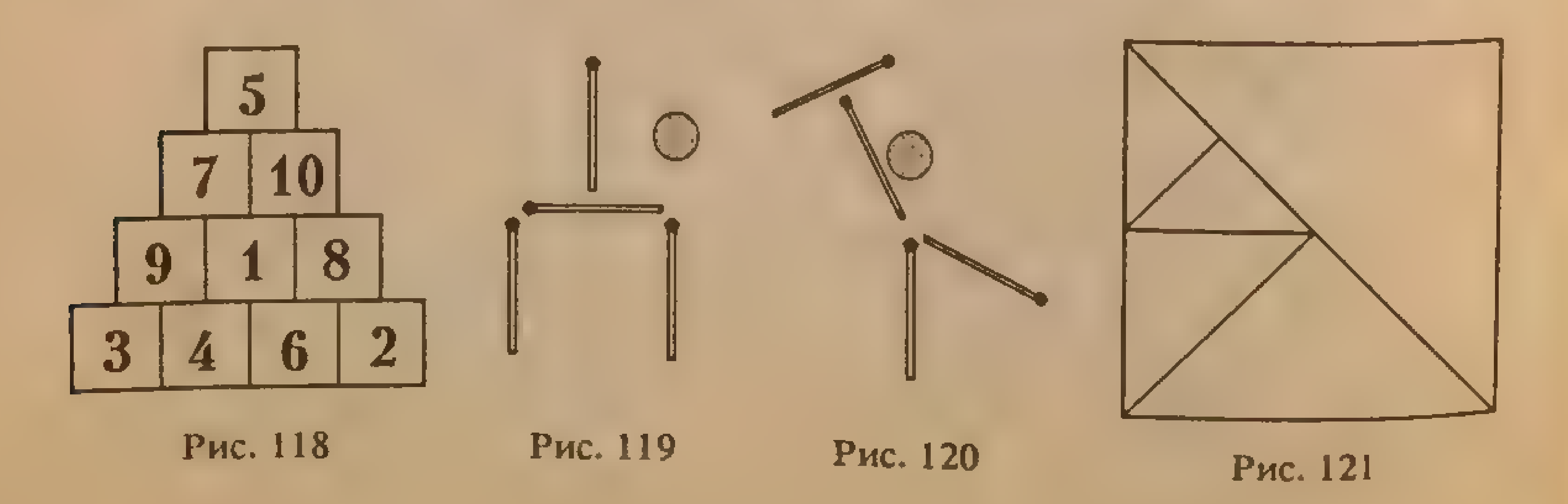


Рис. 118 Рис. 119 Рис. 120 Рис. 121

167. 1; 1; 3; 5; 10; 10; 20; 50 к. 168. У 9 чисел. 169. 5163. 171. Отвешиваем 12 кг; от них отвешиваем 6 кг и откладываем; от оставшихся 6 кг отвешиваем 3 кг и соединяем их с отложенными 6 кг. 172. 1 кг. 173. Да. Раз Женя не может определить цвет своей шапки, значит, на Леве и Грише или две шапки черные, или черная и белая. Если бы на Грише была белая шапка, Лева смог бы определить, что на нем черная. Значит, на Грише черная шапка. 174. 4,5 кг масла. 175. 900 чисел. 176. См. рис. 121. 177. 6 собак и 4 кошки. 178. Игорь. 179. 8 флажков. 180. Нет. Сумма написанных чисел нечетна. За каждый ход эта сумма увеличивается на 2, т. е. всегда остается нечетной, а сумма шести равных чисел всегда четна. 181. 40 центов. 182. На вторник. 183. Если бы в каждом месяце родилось не более 3 учеников этого класса, то в классе не могло бы учиться больше, чем $3 \cdot 12 = 36$ учеников. 184. Если от шнурка отрезать $\frac{1}{4}$ длины, останется 50 см. 185. 15 белых и 20 желтых одуванчиков. 186. Да. 187. 49; $\frac{5}{13}$. 188. Единицы. 189. Седые. 190. 6 раз. 91. Номер билета 99 999. 192. $203 = 29 \cdot 7 \cdot 1 \cdot \ldots \cdot 1 = 29 + 7 + 1 + \ldots + 1$ (единицы встречаются по 167 раз). 193. 60. 194. 5 лет. 195. На Асе белое платье, на Кате — голубое, на Гале — зеленое, на Нине — розовое. 196. Посередине между точками. 197. Да, например: $0{,}5 \cdot 0{,}122 < 0{,}122$. 198. 45. 199. 18 с. 200. Коричневая, красная, желтая, серая, синяя тетради. 201. $A = 6$; $B = 9$; $C = 1$. 202. Петр — химик, Роман — физик, Сергей — математик. 203. Синяя ручка,

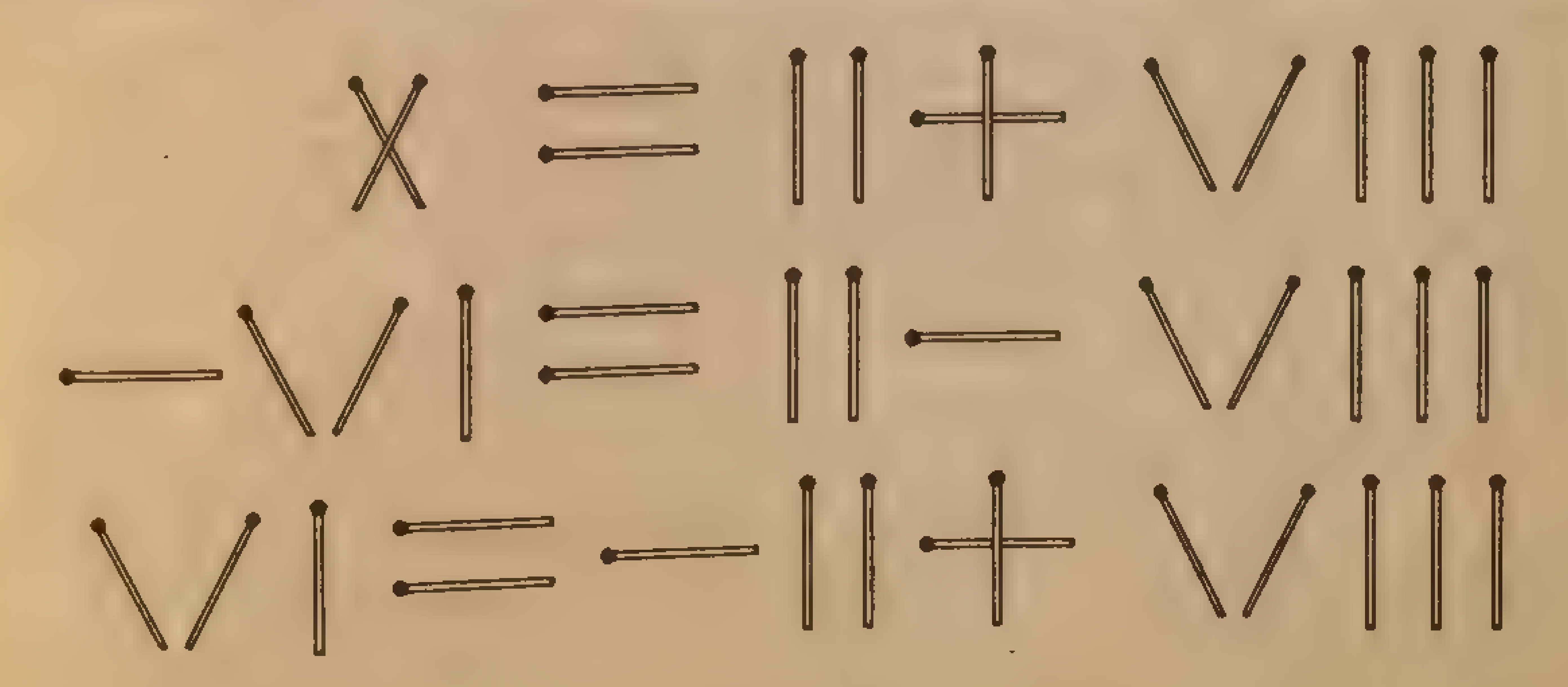


Рис. 122

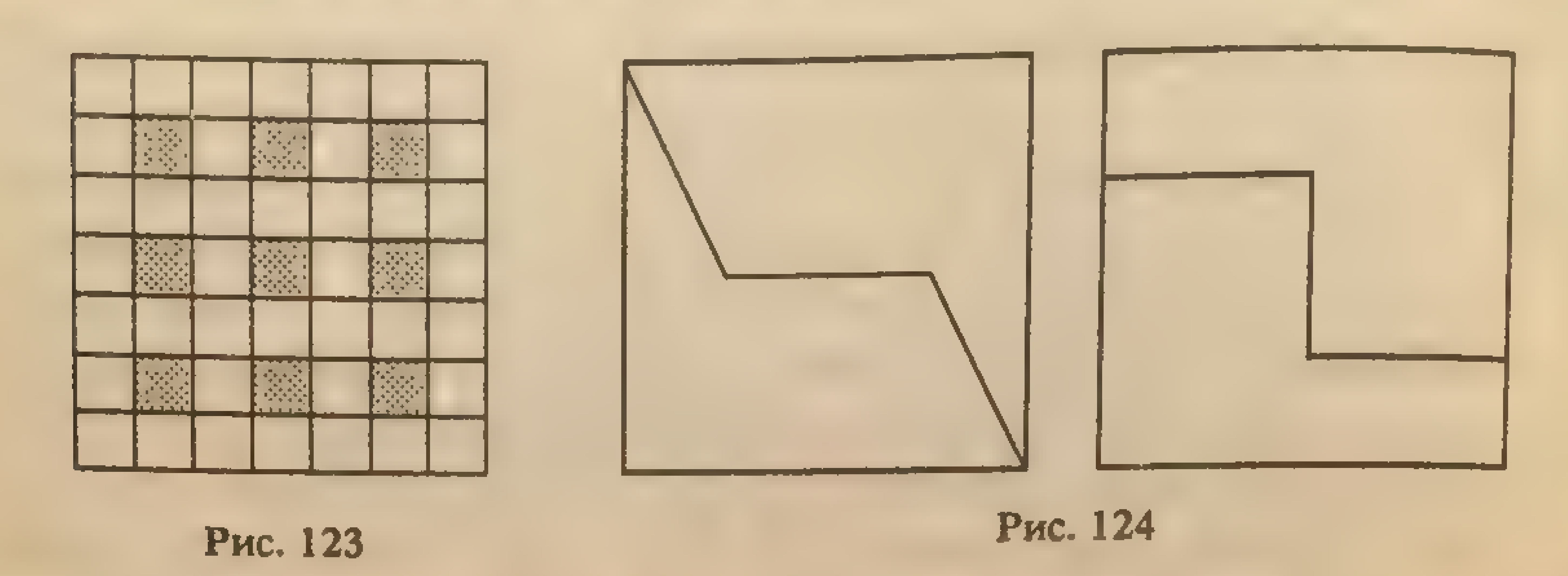


Рис. 123

Рис. 124

оранжевый карандаш, красный ластик. **204.** Да. **205.** Да, 4 насадки. **206.** Алла, Вика, Боря, Соня, Денис. **207.** 216; 36; 6. **208.** 4104. **209.** 14 лет. **210.** Да. **212.** 2 ч. **213.** Да, так как последняя цифра этого числа — 0. **214.** Нет. **215.** Если остаток не равен 0 — да, в противном случае — нет. **216.** Сумма конфет, полученных всеми девочками, должна делиться на сумму конфет, получаемых за одну задачу, т. е. должна быть кратна 7. **217.** См. рис. 122. **218.** Королю 28 лет, королеве 21 год. **219.** 18 л. **220.** $\frac{1}{2}$; −1. **221.** $1\,000\,000\,000 = 2^9 \cdot 5^9 = 512 \cdot 1\,953\,125$. **222.** Да. См. рис. 123. **223.** Нет; нет; 25 558. **224.** 0,0505. **225.** 18 служащих. **226.** 6,25 и 1,25. **228.** $A = 6$; $B = 7$; $C = 4$. **229.** См. рис. 124. **230.** 495 + 459 = 954. **231.** Нет. На обоих концах цепочки будут стоять одинаковые числа. **232.** Цифра 2. **233.** 300 долларов. **234.** $\frac{5}{6}$. **235.** Проводник абориген. **236.** $p = 3$. **238.** 36. **240.** $\frac{8}{15}$. **241.** Среда. **242.** Нет. Эта сумма всегда кратна 3. **244.** Нет. Все трехзначные числа больше произведения своих цифр. **245.** Да, прав. 300 верст. 100 верст. **246.** 437. **247.** 50 кг. **248.** Карабасов больше, чем Барабасов. **249.** Вытащил один из листов и уничтожил его. **250.** Был открыт 31 шкаф.

Послесловие

Осенью 1988 г. при компьютерном зале одного из московских НИИ был организован математический кружок «Компьютер» для детей сотрудников института. Участниками кружка стали, за редким исключением, ученики V—VII классов. Занятия проводились один раз в неделю по полтора часа, посещали их от 15 до 25 человек. В распоряжении кружка было два компьютера IBM PC.

В такой ситуации не было возможности заниматься с каждым ребенком только на компьютере. Поэтому в основном во время занятий кружка решались математические задачи, при этом две работающие машины дети занимали по очереди. За одно занятие на них успевали поработать 6 — 8 человек.

Начав посещать кружок, дети рассчитывали все время проводить на компьютере. К концу года многие кружковцы с бóльшим удовольствием занимались решением задач, а компьютерные игры постепенно отошли на второй план по отношению к компьютерным занятиям. В результате приоритетность работ стала такой: решение задач, работа на компьютере, игры на компьютере.

Как же проходили занятия?

На машинах дети занимались рисованием. В процессе занятий они оформили книгу С. Я. Маршака «Про все на свете»: напечатали текст и создали иллюстрации. Кроме этого, они сделали множество картинок в самых разных жанрах — от плакатов до карикатур.

К каждому уроку готовился цикл из 5 — 6 задач разной трудности, среди них всегда была трудная задача и всегда была легкая — «утешительная». Очень важно, что дети не знали, как именно задачи располагаются по трудности. В большой степени именно поэтому трудные задачи правильно решались значительно чаще, чем можно было бы предположить. Правда, по этой же причине иногда легкие задачи не решались (но такое бывало редко).

Если задача вызывала затруднение, мы никогда не объясняли сразу, как ее решать, а давали «подсказку», указывая тем самым направление, в котором следует искать решение.

Главный прием, который резко облегчал решение, заключался в том, что условия задач формулировались не сухим математическим языком, как это делается в большинстве школьных учебников, а излагались в виде сказки или истории, в которой участвовали известные сказочные персонажи.

Полученный эффект был достаточно неожиданным, и мы решили проверить его. Было проведено несколько экспериментов. Выяснилось, что один и тот же ребенок достаточно легко решает задачу, сформулированную в виде сказки, и не решает (либо решает с трудом) ту же задачу, изложенную строгим математическим языком. Оба варианта задачи предлагались с интервалом в 3 — 4 занятия, причем результат не зависел от того, какая задача давалась первой — «сказочная» или «математическая».

Объяснить этот феномен, по-видимому, можно отчасти тем, что уже к V—VI классу у многих детей формируется устойчиво негативное отношение к математике (страх и, как следствие, нелюбовь), когда при первых же математических словах детские мозги «замораживаются». При снятии этого тормозящего эффекта дети размышляли спокойно и успешно справлялись с заданием.

Наша работа заключалась в подборе задач и определении очередности, в которой они давались на занятиях. Трудность задач, как правило, раз от раза возрастала. Если какая-либо из них вызывала явное затруднение, через некоторое время обязательно включалась задача на ту же тему, но легче. Так продолжалось до тех пор, пока подобные задачи переставали быть для детей трудными, после чего их сложность повышалась.

В эту книгу вошли только те из дававшихся на занятиях кружка задач, которые были решены детьми. Условия задач в основном брались из номеров журнала «Квант» и различных задачников. Иногда текст задачи подвергался литературной переработке — добавлялись сказочные атрибуты.

В сборнике задачи приведены в том порядке, в каком мы давали их на занятиях кружка, и специально не сгруппированы по темам, так как подобная группировка сама по себе уже является подсказкой учащимся. Однако преподавателям такое разделение было бы удобно для ориентации в материале при выборе задач для занятий, поэтому, не считая нужным разделять задачи в задачнике, мы приводим их классификацию здесь.

В заключение хотелось бы поблагодарить В. В. Володину, Б. В. Черкасского, М. А. Букатина, много сделавших для существования кружка, А. Л. Гавронского, Л. Б. Огурэ, С. Н. Розова, оказавших помощь при подготовке рукописи к изданию, а также всех юных участников математического кружка «Компьютер», без активной работы которых не было бы ни кружка, ни этой книги.

Оглавление

Елена Георгиевна Козлова

СКАЗКИ И ПОДСКАЗКИ

Задачи для математического кружка

Зав. редакционно-издательским
отделом *Т. И. Балашова*
Обложка *М. О. Родина*
Редактор *Г. О. Лазарева*
Корректор *О. А. Рогачева*

Набор, верстка, оформление *автора*
Оригинал-макет изготовлен
в Компьютерном центре МИРОСа

Н/К

Лицензия ЛР № 020548 от 21 мая 1992 г.
Подписано в печать с диапозитивов 14.08.95. Формат 60×84 1/16.
Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс». Печать офсетная. Усл. печ. л. 7,44.
Тираж 30 000 экз. Заказ № 1196.

Качество печати соответствует качеству предоставленных издательством диапозитивов

Московский институт развития образовательных систем
109004, Москва, Нижняя Радищевская ул., д. 10

Издание выпущено совместно с ТОО «Скрин», 117311, Москва, а/я № 58
и ТОО «Сантакс-Пресс», 300058, г. Тула, ул. Кирова, 173-а.

Смоленская областная ордена «Знак Почета» типография им. Смирнова,
214000, г. Смоленск, проспект им. Ю. Гагарина, 2.

